CORRIENTE CONTINUA

1. LEY DE OHM

La ley de ohm dice que en un conductor el producto de su resistencia por la corriente que pasa por él es igual a la caída de voltaje que se produce.

Unidades	Multiplo/submúltiplo
V = voltio	1 KV (kilovoltio) = 10^3 V 1 mV (milivoltio) = 10^{-3}V
A = Amperio	1 mA (miliamperio) = 10^{-3} 1 uA (microamperio) = 10^{-6}
R = ohmio	1KW (kilo – ohmio) = 10^3W 1MW(mega ohmio) = 10^6W

Potencia: La potencia suministrada por una fuente es igual al producto de la f.e.m. de la fuente por la corriente producida.

$$P = E.I$$

La potencia consumida por una resistencia (potencia disipada) es igual a:

$$P = RI^2 = V^2/R$$

La unidad de potencia eléctrica es el vatio.

1 vatio = 1 voltio x 1 amperio

1mW (milivatio) = 10^{-3} W

1Kw (kilovatio) = 10^3 W

1 MW (Megavatio) = 10^6 W= 10^3Kw.

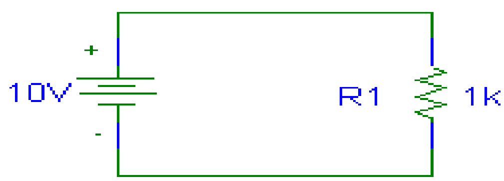
Energía: Energía eléctrica es igual al producto de la potencia por el tiempo que dura suministrándose potencia.

Energía = P x t.

La unidad de energía eléctrica es el kilovatio–hora. Un Kwh es la energía consumida o suministrada por 1 Kw en una hora.

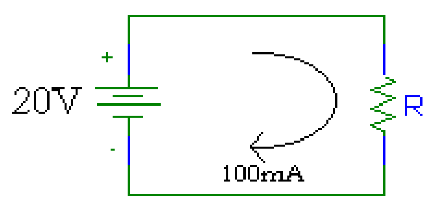
Ejemplos.

1) Para el circuito siguiente, determinar: a) La corriente b) La potencia suministrada por la fuente, c) La potencia disipada en la resistencia.



a) $I = E/R = 10V / 1K = 10mA$
b) $P = EI = 10V \times 10\ mA = 100mW$
c) $P = RI^2 = 1K \times (10mA)^2 = 100\ mW$

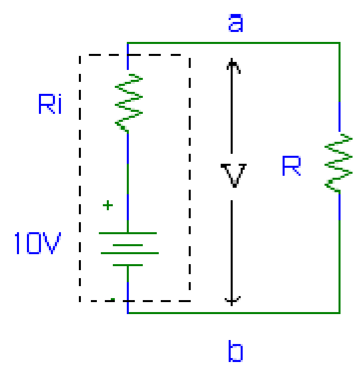
2) En el siguiente circuito hallar: a) El valor de R, b) La potencia suministrada y disipada.



a) $R = E/I = 20v / 100mA = 0{,}2KW = 200W$
b) $P = E.I = 20V \times 100mA = 2000\ mW = 2W$
$P = R.\ I^2 = (200).(0{,}1)^2 = 2W$

3) En el circuito la resistencia interna de la fuente es igual a $R_i = 10\ W$. Hallar la diferencia de potencial V en los terminales de la fuente (a-b) cuando:

a) R = 100W, b) R = 200W.



a) $I = E/R_T = 10V/(10+100)W = 10/110$

$V = RI = 100 \times (10/110) = 100/11 = 9{,}1\ V$

b) $I = E/R_T = 10/(10+200) = 10/210$

$V = RI = 200 \times (10/210) = 200/21 = 9{,}5V$.

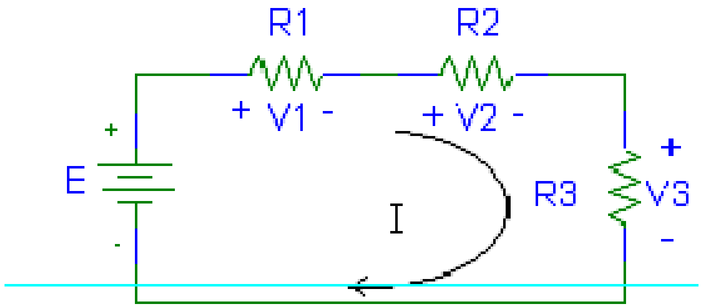
Esto nos lleva a concluir que debido a la resistencia interna de la fuente, el voltaje producido en la salida no es constante y varía con la carga.

4) Una instalación monofásica la constituye 10 bombas de 100W, una estufa de 2200W, un aire acondicionado de 1000W y artefactos electrodomésticos que consumen 800W. Si todos estos aparatos están conectados 5 horas diarias y el Kwh está a $3; ¿cuánto costará el consumo de energía en el mes?.

P = 10 x 1000 + 2200 + 1000 + 800 = 5000 w = 5 Kw

En un día se consume 5 Kw x 5 h = 25 Kwh
En un mes = 25 Kwh x 30 = 750 Kwh
Costo = 750 Kwh x ($3/kwh) = $2250.

2. RESISTENCIAS EN SERIE

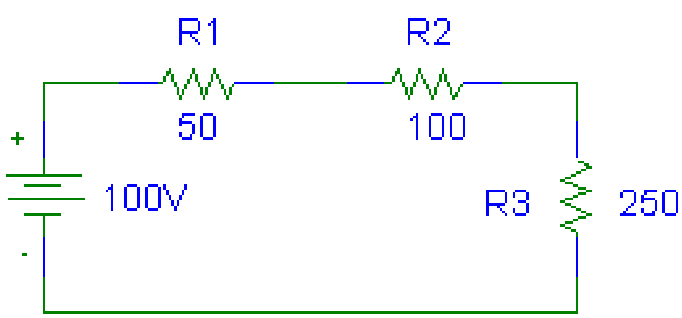


$E = V_1 + V_2 + V_3$ (Ley de Kirchoff)
$E = R_1I + R_2I + R_3I$
$E = I\,(R_1 + R_2 + R_3)$
$E = I\,R_t \rightarrow R_t = R_1 + R_2 + R_3$

En general $R_t = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots\ldots + R_n$

Si $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_n \rightarrow R_t = nR$

Ejemplos:



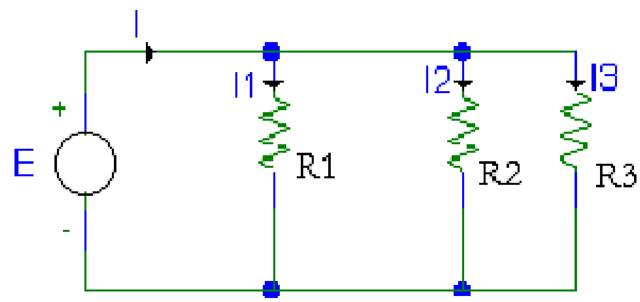
1) Hallar la corriente y la caída de voltaje en cada resistencia.

$R_t = 50 + 100 + 250 = 400W$
$I = E/R = 100 / 400 = 0,25$ A.
$V_1 = 50 \times I = 50 \times 0,25 = 12,5$ V
$V_2 = 100\ I = 100 \times 0,25 = 25$ V
$V_3 = 250\ I = 250 \times 0,25 = 62,5$ V
$E = \sum Vi = 100,0$ V

2) Hallar la resistencia total de 100 resistencias de 25W conectadas en serie.

R_T = nR = 100 x 25W = 2500W = 2,5 KW.

3. RESISTENCIAS EN PARALELO



$I = I_1 + I_2 + I_3$ (Ley de Kirchoff)

Aplicando la Ley de Ohm:

$$I1 = \frac{E}{R1}, \quad I2 = \frac{E}{R2}, \qquad I3 = \frac{E}{R3}$$

Reemplazando,

$$I = \frac{E}{R1} + \frac{E}{R2} + \frac{E}{R3}$$

$$I = \frac{E}{R_T};$$

Entonces:

$$\boxed{\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}}$$

En general:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \text{.........} + \frac{1}{Rn}$$

Caso especial:

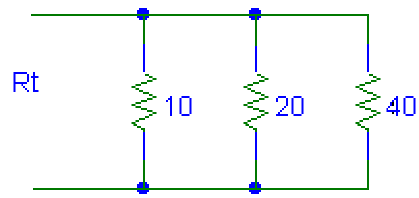
Si $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_n$ → $R_t = R/n$

Para dos resistencias:

$$\boxed{\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} = \frac{R1+R2}{R1R2} \Rightarrow R_T = \frac{R1R2}{R1+R2}}$$

Ejemplos:

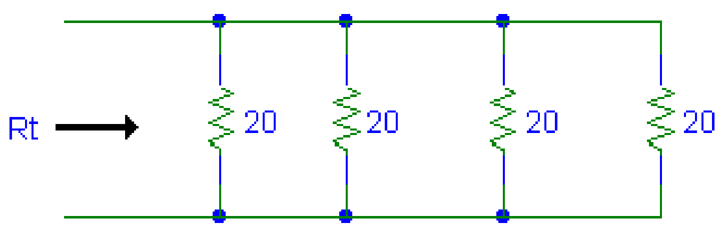
1) Hallar la resistencia total o equivalente



$$\frac{1}{\mathrm{Rt}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} = 0.1 + 0.05 + 0.025 = 0.175$$

$$\frac{1}{\mathrm{Rt}} = 0.175, \qquad \text{entonces,} \qquad \mathrm{Rt} = \frac{1}{0.175} = 5.71 \text{ ohm}$$

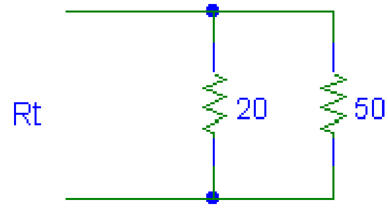
2) Hallar la resistencia equivalente de 4 resistencias de 20 ohm conectadas en paralelo.



$R_T = R/n = 20$ ohm/4

$R_T = 5\Omega$

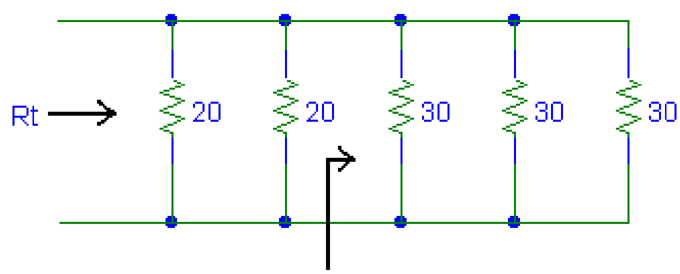
3) Hallar la Resistencia equivalente de dos resistencias en paralelo de 20 y 50 ohmios.



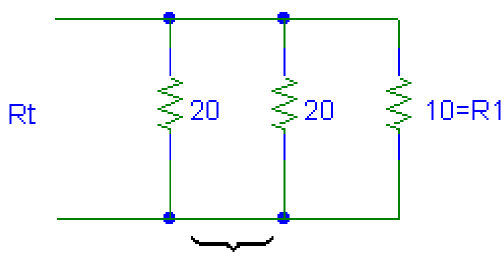
$$Rt = \frac{R1xR2}{R1 + R2} = \frac{20x50}{20 + 50} = \frac{1000}{70} = 14.28 \text{ ohms}$$

Nota: Siempre la resistencia equivalente de una combinación en paralelo, es menor que la resistencia de más bajo valor de la combinación.

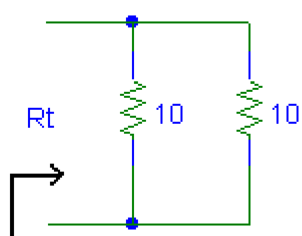
4) Hallar la resistencia equivalente del circuito de la figura que se muestra a continuación: R_T

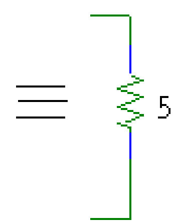


$$R_1 = \frac{30}{3} = 10$$



$$R_2 = \frac{20}{2} = 10$$





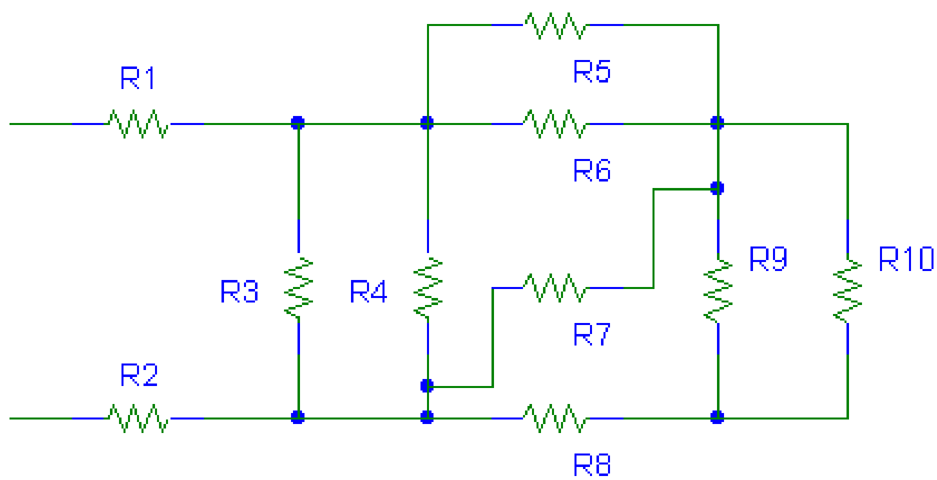
$$R_T = \frac{10}{2} = 5\Omega$$

4. COMBINACIÓN SERIE PARALELO

Se simplifica el sistema resolviendo independientemente los circuitos serie y paralelo.

Ejemplo:

Hallar la Req del circuito

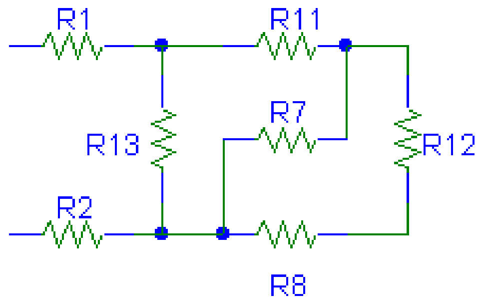


$R_{1,}$ $R_{2,}$ R_8 = 5Ω
R_3, R_4 = 30Ω
R_5, $R_{6,}$ R_7=20Ω
$R_{9,}$ R_{10}= 10Ω

R_5 y R_6 están en paralelo, al igual que R_9 y R_{10}; y R_3 y R_4.

$R_5 || R_6 = 20 || 20 = 10\Omega = R_{11}$
$R_9 || R_{10} = 10 || 10 = 5\Omega = R_{12}$
$R_3 || R_4 = 30 || 30 = 15\Omega = R_{13}$

El circuito se reduce a:
R_1, R_2, R_8, R_{12} = 5Ω
R_7=20Ω
R_{11}=10
R_{13}=15



R_8 y R_{12} están en serie y a la vez en paralelo con R_7

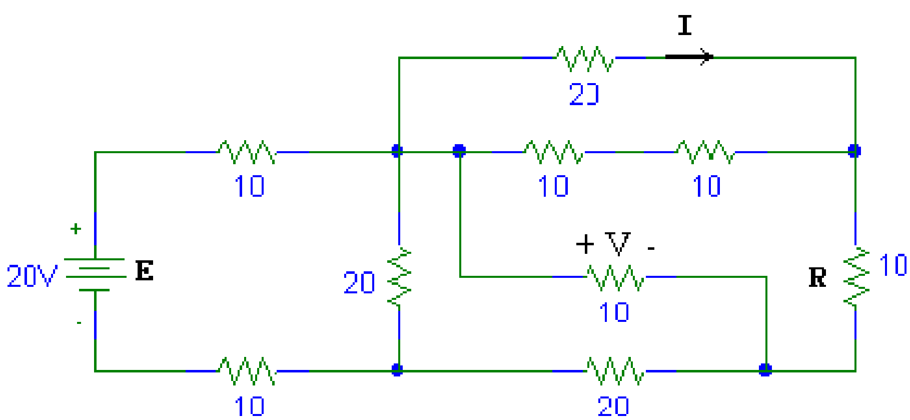
$R_9 + R_{12} = 5 + 5 = 10\Omega \qquad (R_8 + R_{12})||R_7 = 10||20=20/3$

$(R_{11}+R_{14})||R_{13} = (10 + 20/3)||15 = 50/3 ||15 = 150/19$

$R_T = 5 + 5 + 150/19 = 340/19\ \Omega$.

Ejercicios

1) En el circuito de la figura encontrar el valor de a) I, b) V, c) La potencia disipada en R.



2) Si el valor de I en el ejercicio anterior es 20mA, hallar el valor de a) V, b) E.

5. MEDIDORES

Los medidores más comúnmente usados son: a) El voltímetro para medir el voltaje b) El amperímetro para medir la corriente y c) el óhmetro para la resistencia.

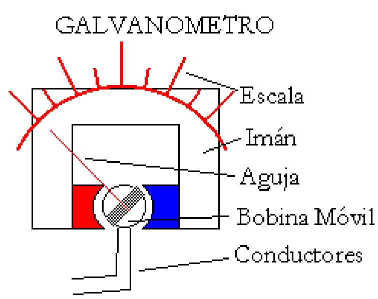
Generalmente estos 3 aparatos se incluyen en uno solo llamado multímetro (tester)

5.1 VOLTÍMETRO

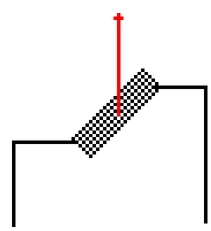
Consta de un medidor de corriente (galvanómetro) y de un conjunto de resistencias conectadas en serie, con el fin de amplificar el rango de medición de las escalas.

Ejemplo:

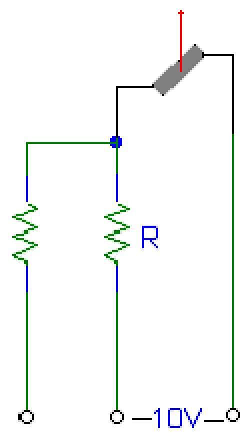
Diseñar un voltímetro tomando un galvanómetro de 1 mA y 50W, para que mida hasta 10V.



SÍMBOLO



La máxima deflexión ocurre al pasar por el medidor una I = 1 mA. Si su resistencia es de 50W, → la caída de voltaje en él es de : 1 mA x 50W = 50mV.



Para que se pueda aplicar 10V, se agrega una resistencia en serie de tal forma que produzca una caída de voltaje de 10V – 50 mV = 9,95V.

R = 9,95V/1mA = 9,95KW → R = 10kW.

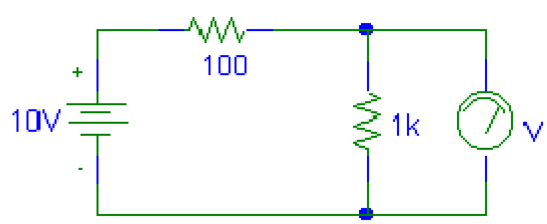
Si se quisiera diseñar para 20V, habría que seleccionar R de 20 KW. Esto nos indica que a medida que aumenta la *escala de medida*, aumenta la *resistencia del voltímetro.* Para el ejemplo, la sensibilidad = 10K/10V = 1000 Ω/V. Los multímetros corrientes tienen una sensibilidad de 20000 Ω/V.

La resistencia interna de un voltímetro es alta. Idealmente la R →∞ (circuito abierto).

Dado que la resistencia interna de un voltímetro no es infinita, se cometen errores en la medición del voltaje.

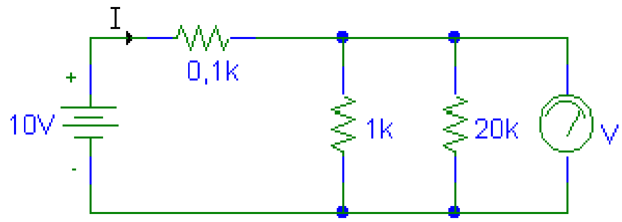
Ejemplo:

Hallar el valor medido en el voltímetro si a) Es ideal (R = ∞) b) si la resistencia interna del voltímetro es 20K.



a) $R_{T.}$= 1k + 0,1K = 1,1KW;   I = 10V/1,1KW = 9,1 mA.
V = 9,1 mA x 1KW = 9,1 V.

b)



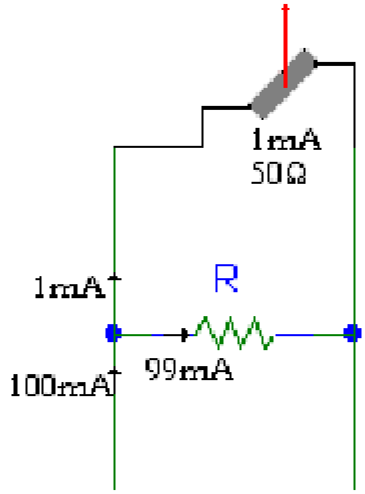
R_T= (20 x 1)/(20+1) + 0,1 = 1,05k
I = 10V/1,05K = 9,5 mA.
V = 10 – 0,1K (9,5 mA) = 9,05V.

5.2 AMPERÍMETRO

Está constituido por el galvanómetro y por un conjunto de resistencias conectadas en paralelo al instrumento.

Ejemplo:

Diseñar un amperímetro con un galvanómetro de 1mA/50W, que mida hasta 100mA.



Como por el medidor solo pasa hasta 1mA, por la resistencia R pasa: 50mV/99mA = 0,505 Ω ≈ 0,5Ω.

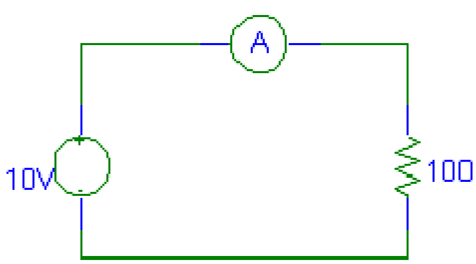
Se puede concluir que la resistencia interna del amperímetro es muy baja. Idealmente esta R = 0.

Debido a que esta R no es cero, estos medidores dan errores en la medición.

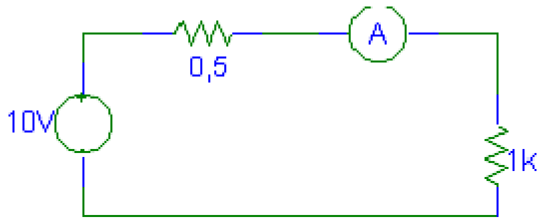
Ejemplo:

1) Hallar la corriente medida en el amperímetro a) Si es ideal, b) Si R= 0,5Ω

a) I = 10 / 100 = 0,1 A = 100mA

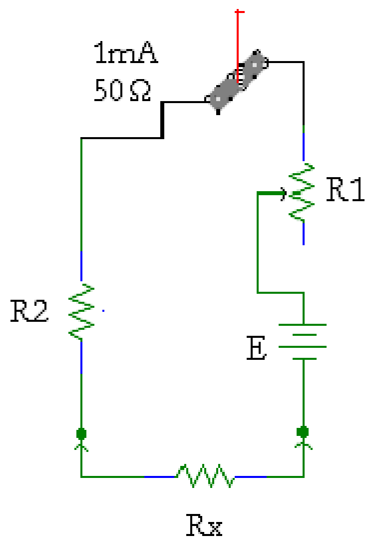


b) R_t = 10 / (100+0.5) = 0,0995 A.
I = 99,5mA



5.3 OHMETRO

Está formado por: El galvanómetro, un potenciómetro para calibrar el cero, una batería (pilas) y resistencias en serie.



Cuando Rx = 0 (corto circuito) → $I_1 = E / (R_1 + R_2 + r) = E/R$
con $R_x = \infty$ (circuito abierto), I = 0

Con un valor de R_X, tenemos: $I_2 = E / (R_1 + R_2 + r + R_X) = E / (R + R_X)$
Como I_1 = 1 mA → si E = 1,5V → R = 1,5V / 1mA = 1,5K

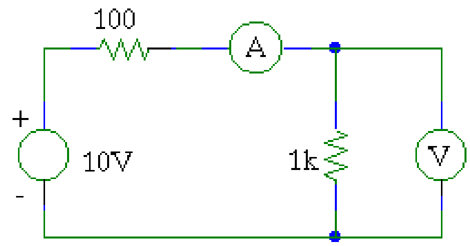
Podemos tomar: R_1 = 1K y R_2 = 500W
Tomando para I_2 el 2% de la corriente total, o sea, 1mA x 2% = 20μA = I_2
$I_2 = E / (R + R_X)$ → R_X= 73,5KW.

Se pueden tomar varios valores y graduar la totalidad de la escala.

Ejercicio:

Hallar las mediciones si:

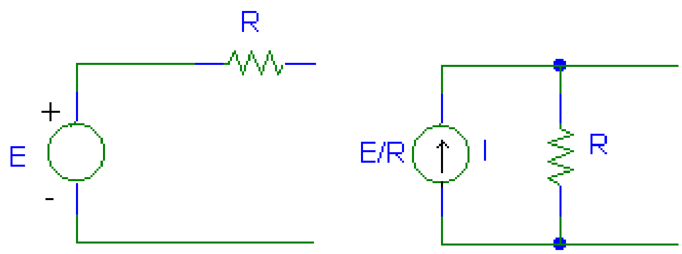
a) Son ideales
b) $R_v = 10K$ y $R_A = 1$ W



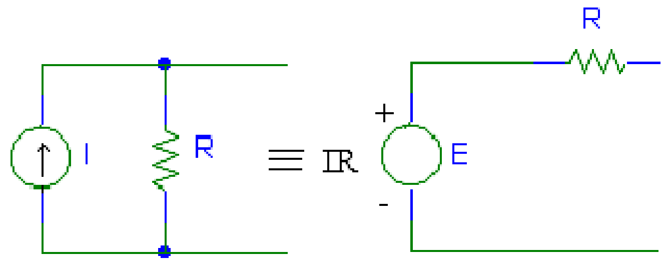
6. TEOREMAS DE CIRCUITOS

6.1 TRANSFORMACION DE FUENTES

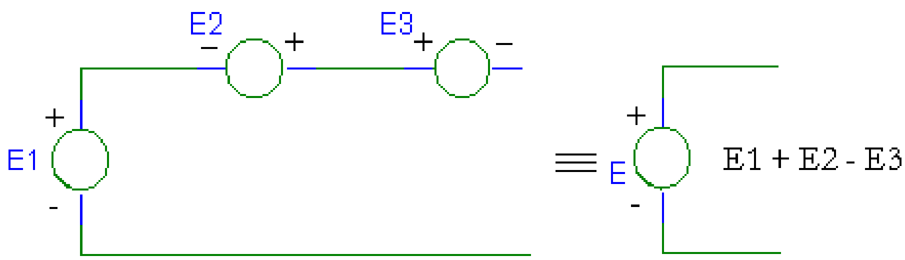
Una fuente de voltaje E en serie con una resistencia R, se puede reemplazar por una fuente de corriente de valor E /R en paralelo con la resistencia R.

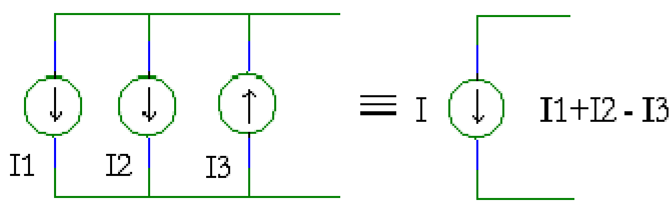


Una fuente de corriente I en paralelo con una resistencia R, se puede reemplazar por una fuente de voltaje de valor IR en serie con la resistencia R

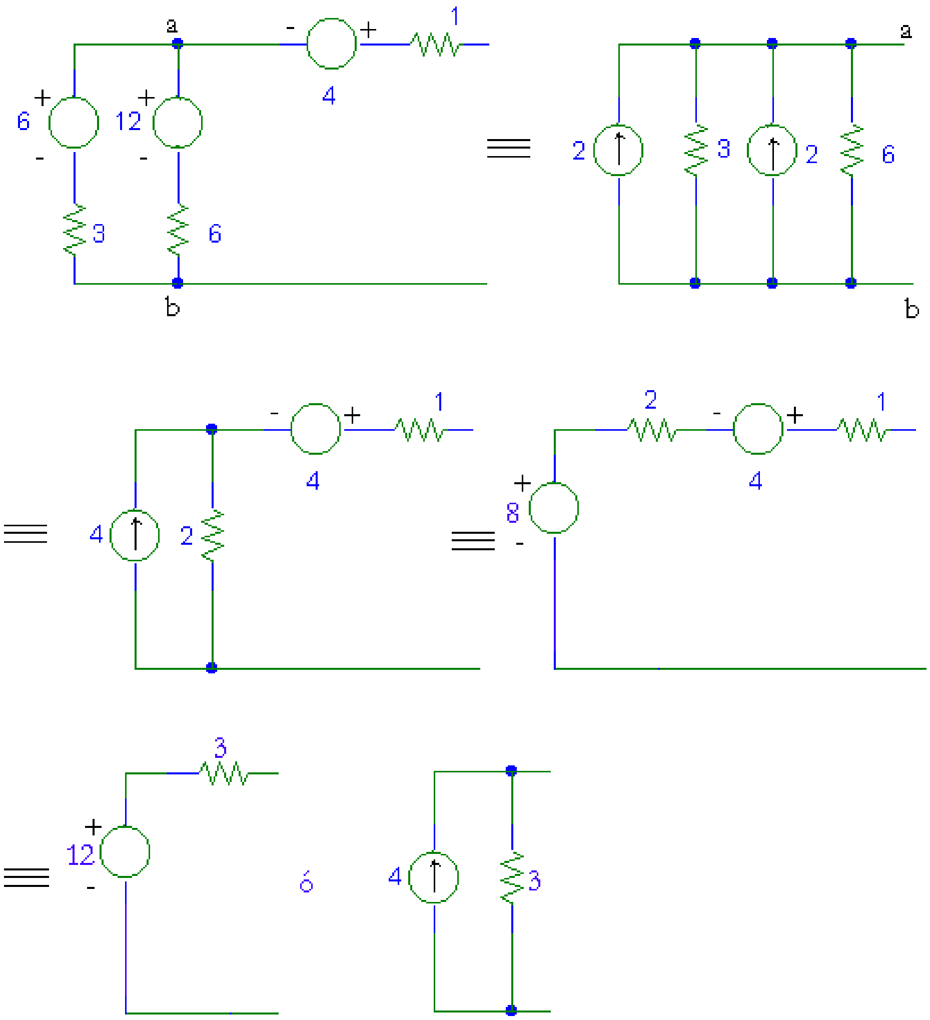


Fuentes de voltaje en serie y fuentes de corriente en paralelo se suman algebraicamente.



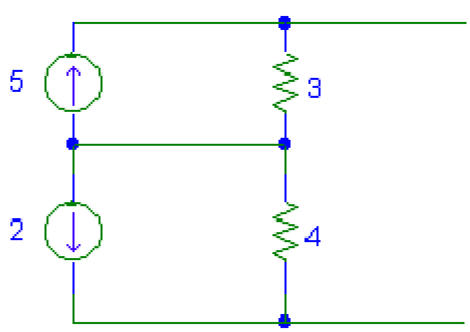


Ejemplo:



Ejercicio:

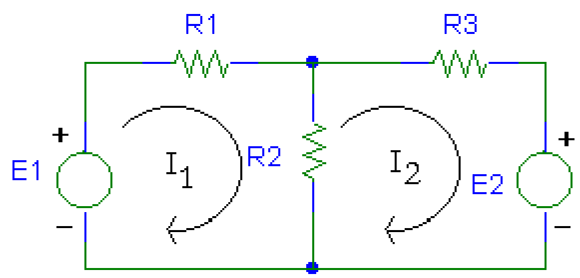
Reducir por transformación de fuentes, el circuito de la figura:



7. METODO DE MALLAS

7.1 MALLAS REALES

Se considera una malla el camino que sigue la corriente en un circuito cerrado.



En el circuito existen dos corrientes de malla que por convención se toman en el sentido de las manecillas del reloj.

Como en una malla las fuentes son iguales a la suma de las caídas de voltaje (Ley de Kirchhoff), entonces tenemos:

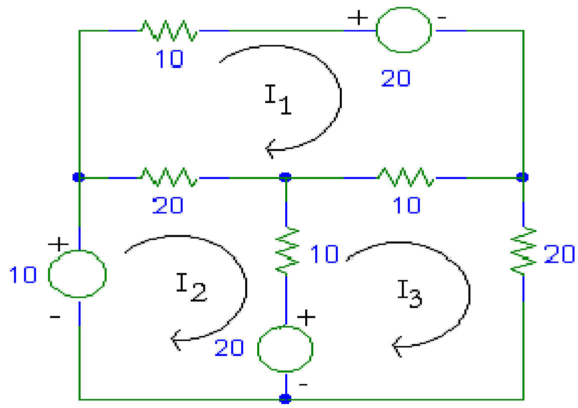
Malla (1): $E_1 = R_1 I_1 + (I_1 - I_2) R_2$
Malla (2): $-E_2 = (I_2 - I_1) R_2 + I_2 R_3$

Estas ecuaciones se reducen a:
(1) $E_1 = I_1 (R_1 + R_2) - I_2 R_2$
(2) $- E_2 = -I_1 R_2 + I_2 (R_2 + R_3)$

Regla:

La suma de las fuentes en el sentido del reloj en una malla es igual a la corriente de la malla multiplicada por la suma de las resistencias de esa malla menos la corriente de la malla(mallas) adyacente(s) multiplicado por la resistencia común.

Ejemplo:

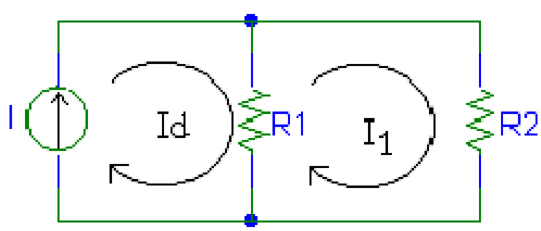


(1) $-20 = 40I_1 - 20I_2 - 10I_3$
(2) $-10 = -20I_1 + 30I_2 - 10I_3$
(3) $20 = -10I_1 - 10I_2 + 40I_3$

Para hallar una corriente se aplica el determinante correspondiente.

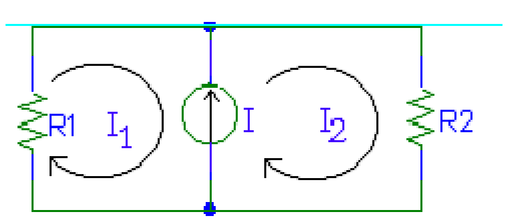
7.2 MALLAS ARTIFICIALES.

Se habla de mallas artificiales cuando existen fuentes de corriente en el circuito.



I_D = corriente de malla
$I_D = I$

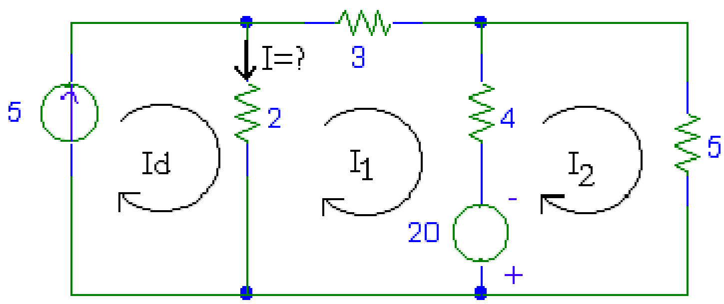
$- I_D R_1 + (R_1 + R_2)\, I_1 = 0$



$I_1R_1 + I_2R_2 = 0$ (malla externa)
$I = I_2 - I_1$

Ejemplo:

Hallar la corriente I por el método de mallas



(1) $I_d = 5$
(2) $20 = 9I_1 - 2I_d - 4I_2$
(3) $-20 = -4I_1 + 9I_2$

Reemplazando I_d:
(2) $30 = 9I_1 - 4I_2$
(3) $-20 = -4I_1 + 9I_2$

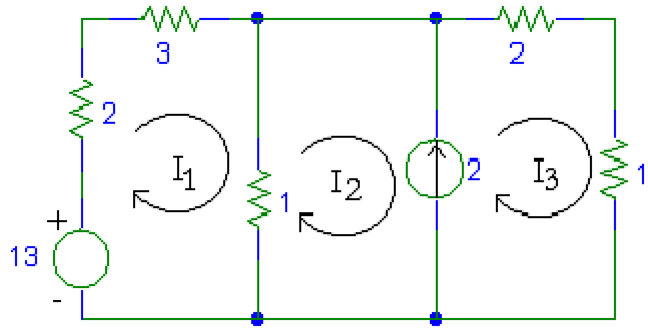
Aplicando determinantes:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 30 & -4 \\ -20 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 9 & -4 \\ -4 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{270-80}{81-16} = \frac{190}{65} \approx 2{,}9$$

Observando el circuito: $I = Id - I_1 = 5 - 2{,}9 = 2{,}1$ Amp.

Ejercicios:

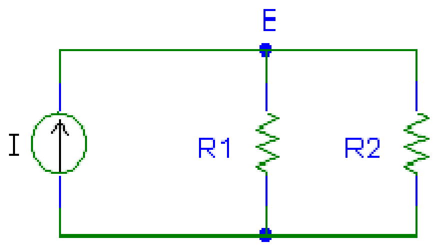
Hallar la potencia disipada en la resistencia de 3Ω



8. METODO DE NODOS

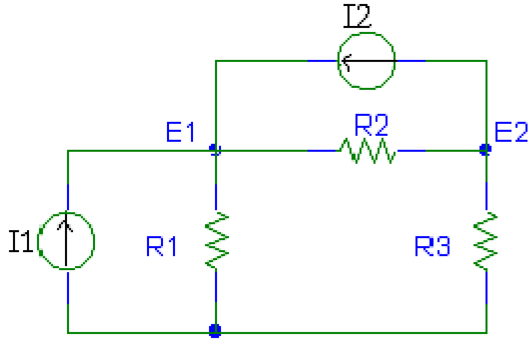
8.1 NODOS REALES

Nodo es un punto de intersección de ramales de corriente en un circuito



En un nodo las corrientes que llegan son iguales a la suma de las corrientes que salen (Ley de Kirchhoff), entonces:

$$I = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} = E\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$



(1)

$$I_1 + I_2 = E_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) - E_2\left(\frac{1}{R_2}\right)$$

(2)

$$-I_2 = -E_1\left(\frac{1}{R_2}\right) + E_2\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

Convención:

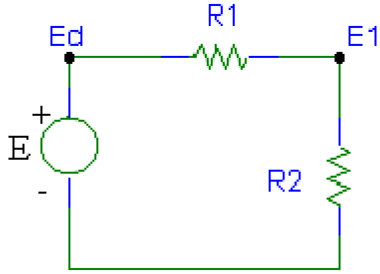
Fuentes de corriente que entran al nodo son positivas y si salen son negativas.

REGLA:

La suma de las fuentes de corriente que llegan o salen a un nodo es igual al voltaje de ese nodo multiplicado por la sumatoria de los inversos de las resistencia pertenecientes a ese nodo menos el voltaje del nodo adyacente multiplicado por los inversos de las resistencias conectados a esos nodos..

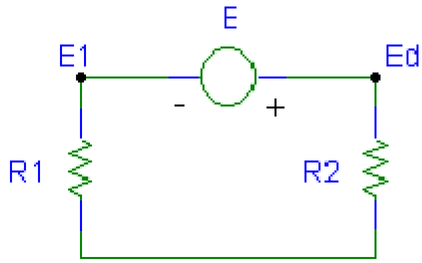
8.2 NODOS ARTIFICIALES

Existen nodos artificiales en un circuito cuando se encuentran en él fuentes de voltaje.



$$E_d = E$$

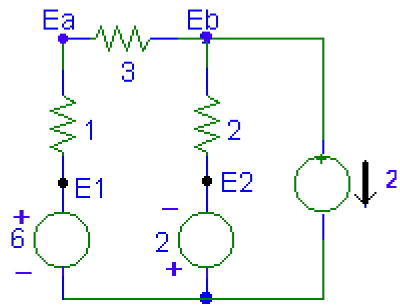
$$0 = -E_d\left(\frac{1}{R_1}\right) + E_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$



$$E_d = E_1 + E$$

$$E_1\left(\frac{1}{R1}\right) + E_d\left(\frac{1}{R2}\right) = 0$$

Ejemplo:



$$E_1 = 6$$

$$E_2 = -2$$

$$E_a\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}\right) - E_b\left(\frac{1}{3}\right) - E_1\left(\frac{1}{1}\right) = 0$$

$$-E_a\left(\frac{1}{3}\right) + E_b\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right) - E_2\left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

Reduciendo tenemos:

$$E_a\left(\frac{4}{3}\right) - E_b\left(\frac{1}{3}\right) = 6$$

$$-E_a\left(\frac{1}{3}\right) + E_b\left(\frac{5}{6}\right) = -3$$

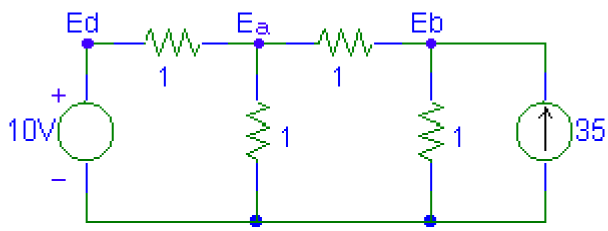
Entonces:

$4E_a – E_b = 18$ (1)
$-2E_a + 5E_b = -18$
$20E_a + 5E_b = 90$,   sumando:
$18E_a = 72$ Þ $E_a = 4V$

De (1) $E_b = 4E_a - 18 = 16 - 18$
$E_b = -2V$

Ejercicio:

Hallar E_a y E_b en el circuito siguiente:

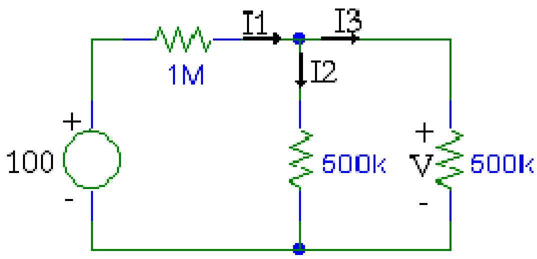


9. TEOREMA DE LINEALIDAD

" En un circuito lineal la respuesta es proporcional a los estímulos".

Ejemplo:

Hallar I1, I2, I3 y V simplificando el circuito por linealidad.

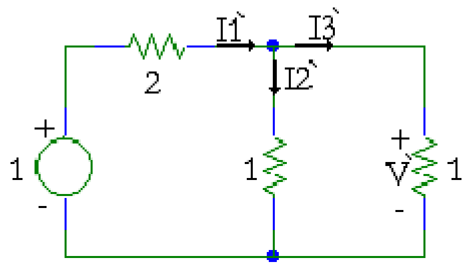


(circuito original)

Dividimos la fuente de 100; por tanto a las corrientes y voltajes normalizados tenemos que multiplicarlos por 100.

Dividimos las resistencias por 500k = 5×10^5; por tanto las corrientes normalizadas tenemos que dividirlas por 5×10^5.

El circuito simplificado es el siguiente:



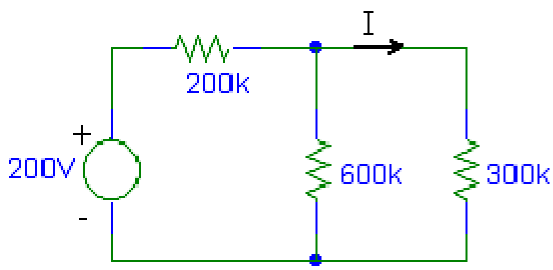
(circuito normalizado)

Para este circuito tenemos: I1‘ = 0,4 A; I2‘=0,2 A; I3‘= 0,2 A y V‘=0,2V

Las respuestas al circuito original son:

$I_1 = 0{,}4(100)/ (5 \times 10^5) = 8 \times 10^{-5}$ A = 80 uA.
$I_1 = 0{,}2(100)/ (5 \times 10^5) = 4 \times 10^{-5}$ A = 40 uA.
$I_1 = 0{,}2(100)/ (5 \times 10^5) = 4 \times 10^{-5}$ A = 40 uA.
E = 0,2(100) = 20V

Ejercicio:

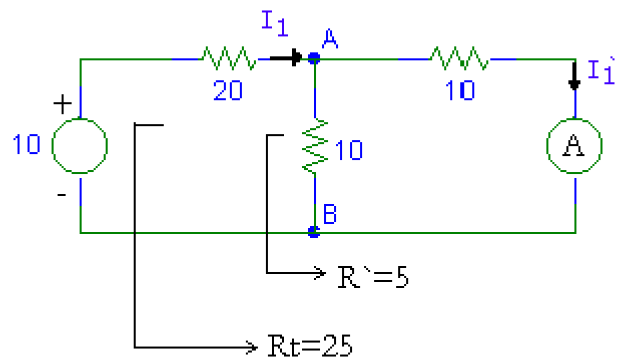


Hallar la corriente (I) normalizando el circuito por el teorema de linealidad.

10. TEOREMA DE RECIPROCIDAD

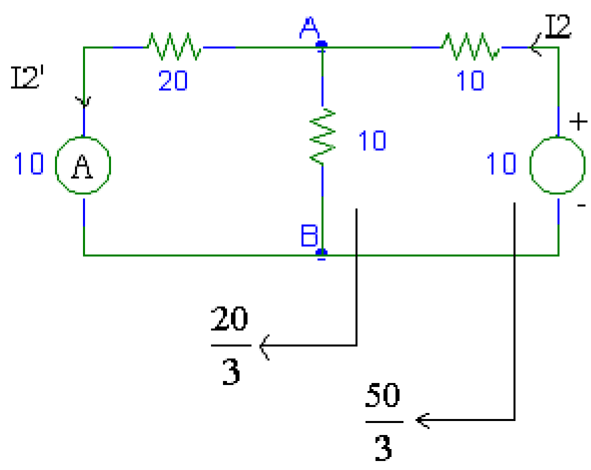
“ Es un circuito lineal los estímulos y las respuestas se pueden intercambiar sin que varíe el valor de ellos”.

Ejemplo:



$$I_1 = \frac{10}{25} = 0{,}4A$$
$$V_{AB} = 10 - 20 \times 0{,}4A = 2V$$
$$I_1` = \frac{2}{10} = 0{,}2A$$

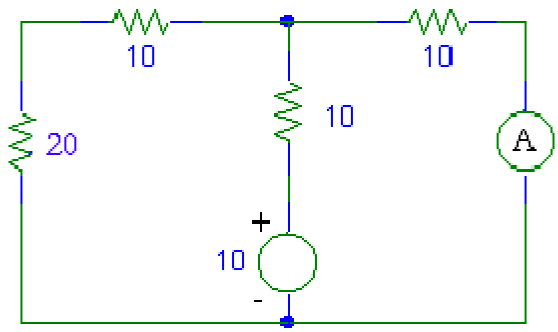
Intercambiando la fuente y el medidor tenemos:



$$I_2 = \frac{10}{\frac{50}{3}} = \frac{30}{50} = 0{,}6A$$
$$V_{AB} = 10 - 10x0{,}6 = 4V$$
$$I_2` = \frac{4}{20} = 0{,}2A$$
$$I_2` = I_1`$$

Ejercicio:

Demostrar la reciprocidad en el circuito

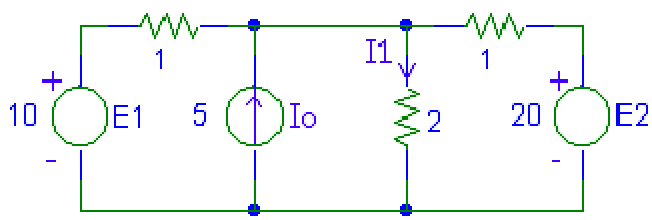


11. METODO DE SUPERPOSICION

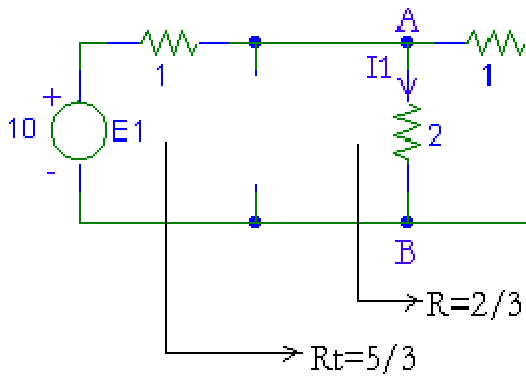
"En un circuito lineal la respuesta para dos o más fuentes actuando simultáneamente es igual a la suma de las respuestas actuando solas con las otras fuentes de voltaje en corto circuito y las fuentes de corriente en circuito abierto (fuentes muertas)".

Ejemplo:

Encontrar la corriente I_1 en el siguiente circuito.



***1^er^ Paso*:** Trabajar con la fuente E_1 y dejar I_o y E_2 muertas

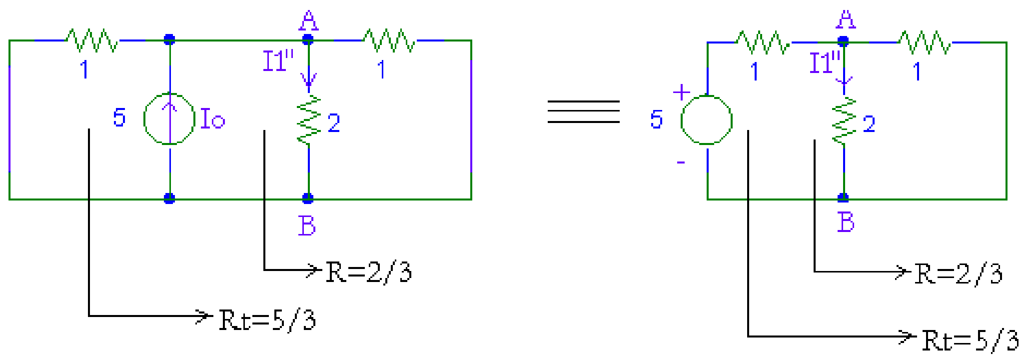


$$I = \frac{10}{\left(\frac{5}{3}\right)} = 6A$$

$$V_{AB} = 10 - 6x1 = 4V$$

$$I_1' = \frac{4}{2} = 2A$$

2do paso: Trabajar con I_o y dejar muertas E_1 y E_2.

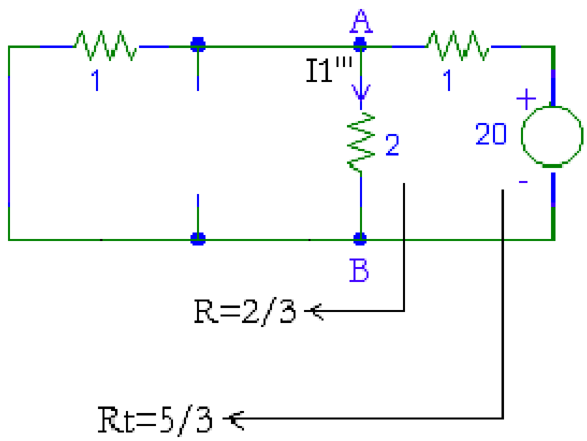


$$I = \frac{5}{5/3} = 3A$$

$$V_{AB} = 5\text{-}3x1\text{=}2V$$

$$I_1'' = \frac{2}{2} = 1A$$

3er paso: Trabajar con E_2 y dejar muertas I_o y E_1



$$I = \frac{20}{\left(\frac{5}{3}\right)} = 12A$$

$$V_{AB} = 20 - 12x1 = 8$$

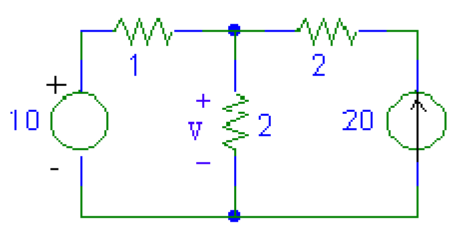
$$I_1` = \frac{8}{2} = 4A$$

4º Paso:

$$I_1 = I_1' + I_1'' + I_1''' = 2 + 1 + 4 = 7A$$

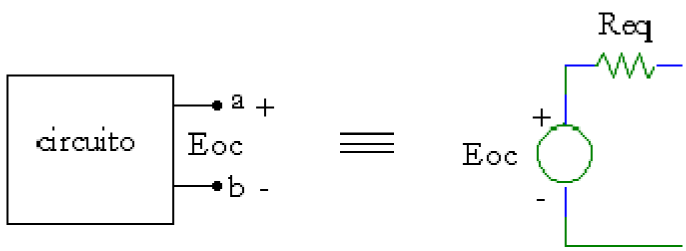
Ejercicio:

Hallar el valor V por el método de superposición.



12. TEOREMA DE THEVENIN

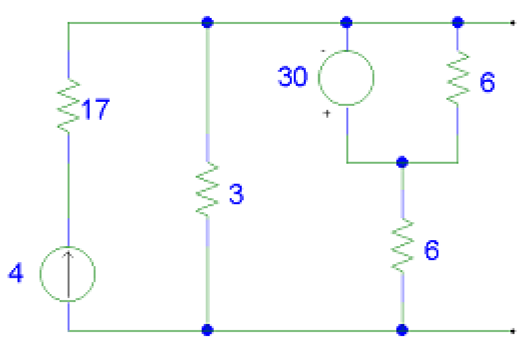
"Un circuito de dos terminales con fuentes puede ser reemplazado por el voltaje de circuito abierto como fuente, en serie con la resistencia equivalente del circuito muerto"



E_{oc} = Voltaje de circuito abierto (open – circuit)

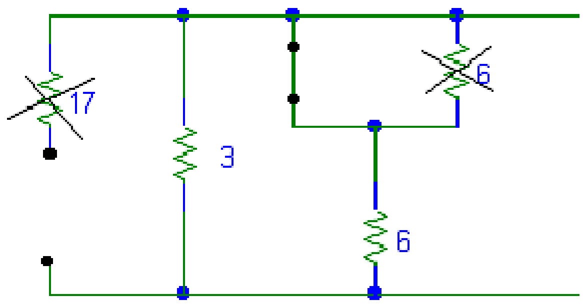
Ejemplo:

Hallar el equivalente Thévenin del circuito.



1er paso:

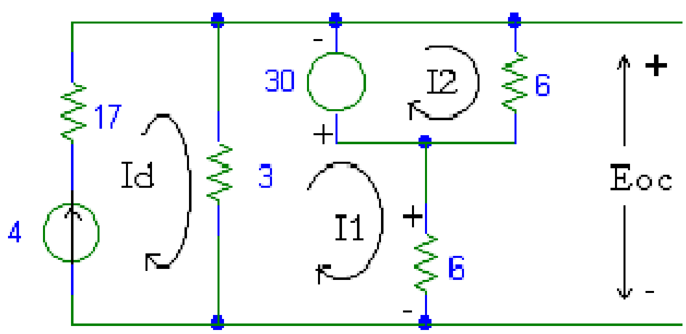
Determinar la resistencia equivalente.



$$Req = \frac{3x6}{3+6} = 2\Omega$$

2º paso:

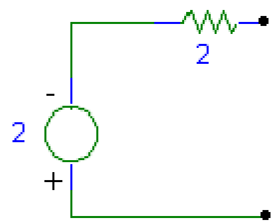
Encontrar el voltaje de circuito abierto. Lo realizamos por el método de malla.



$$\begin{aligned}
&(1) \quad Id = 4\\
&(2) \quad -3I_d + 9I_1 = 30\\
&9I1 = 30 + 12\\
&I1 = \frac{14}{3}A\\
&Eoc = -30 + 6\left(\frac{14}{3}\right)\\
&Eoc = -2V
\end{aligned}$$

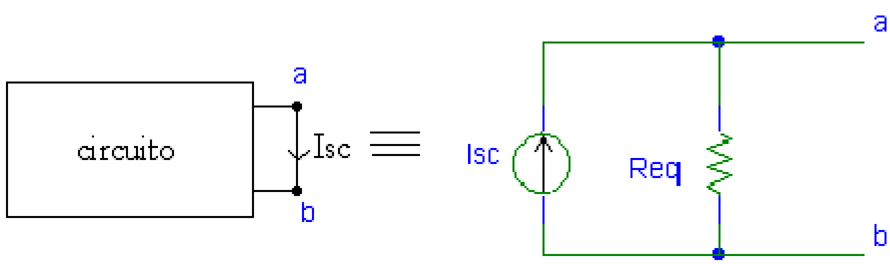
3^er^ paso:

Equivalente Thévenin



13. TEOREMA NORTON

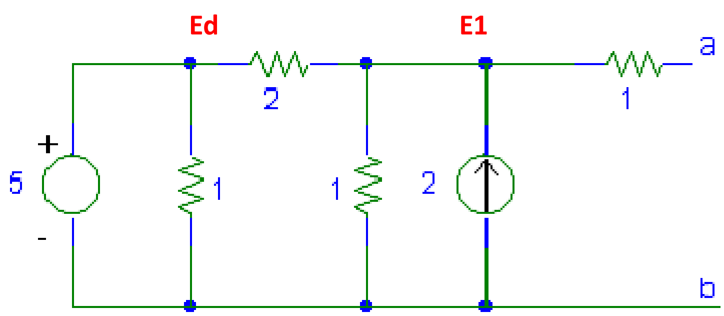
“Un circuito de dos terminales con fuentes puede ser reemplazado por la corriente en corto circuito como fuente de corriente, en paralelo con la resistencia equivalente del circuito muerto”.



I_{sc} = corriente en corto circuito (short – circuit).

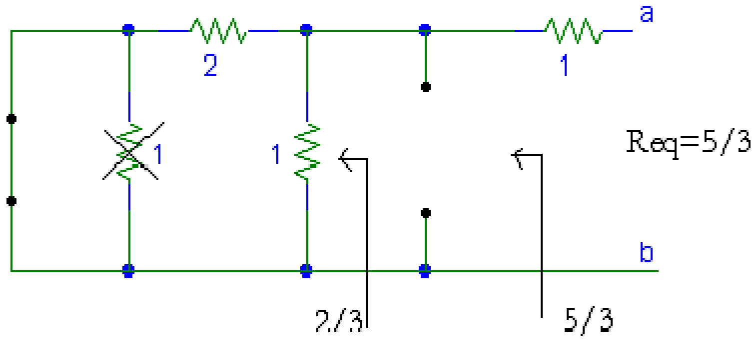
Ejemplo:

Encontrar el equivalente Norton



1er paso:

Encontrar la resistencia equivalente.



2° paso:

Hallar la corriente de corto circuito aplicamos el método de nodos, por ser la solución más rápida para el circuito.

$E_d = 5;$

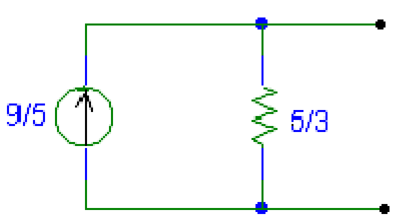
$$-E_d\left(\frac{1}{2}\right) + E_1\left(\frac{1}{2} + 1 + 1\right) = 2$$

$$E_1\left(\frac{5}{2}\right) = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}, entonces, \qquad E_1 = \frac{9}{5}$$

$$\mathrm{Isc} = \frac{\left(\frac{9}{5}\right)}{1} = \frac{9}{5}\mathrm{A}$$

3er paso:

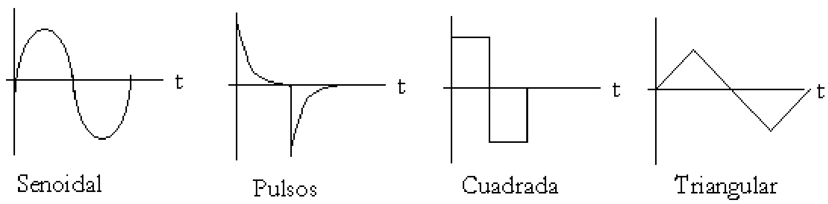
Equivalente Norton.



CORRIENTE ALTERNA

Una señal alterna es aquella cuya amplitud varía al transcurrir el tiempo. Son señales alternas por ejemplo las señales de audio, de radio, de televisión, etc.

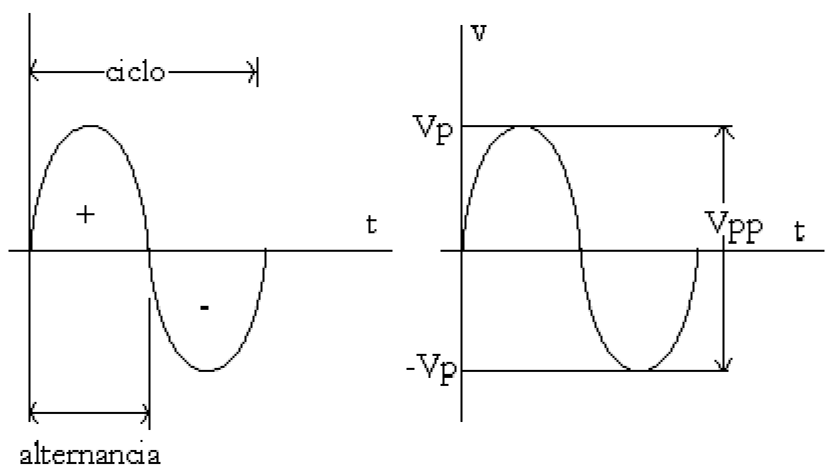
Entre las señales cuya amplitud varía regularmente al transcurrir el tiempo tenemos las señales senoidales, señales cuadradas, señales triangulares y señales en forma de pulsos.



Un ciclo está formado por dos alternancias una positiva y una negativa.

Frecuencia es el número de ciclos que ocurren en la unidad de tiempo. Se mide en Hertz (Hz).

1Khz = 10^3 Hz 1Mhz = 10^6 Hz 1Ghz = 10^9 Hz.



Al valor máximo de una señal se le llama valor pico y al valor cresta a cresta se le llama calor pico a pico. Si la señal es de voltaje entonces sería : Valor pico = Vp, y el valor pico a pico = Vpp.

14. VALOR MEDIO Y VALOR EFECTIVO

Se definen así:

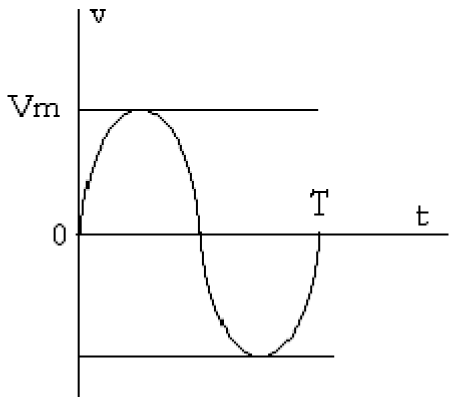
$$V_M = \frac{1}{T}\int_0^T v\,dt \qquad V_M = \text{valor medio}$$

$$V_{rms} = \left[\frac{1}{T}\int_0^T v^2 dt\right]^{\frac{1}{2}} \qquad V_{rms} = \text{valor efectivo o valor cuadrático medio.}$$

Ejemplo:

Hallar el valor medio y efectivo de la señal *v* = Vm Sen wt

(a) Valor medio



$$V_M = \frac{1}{T}\int_0^T v_m \operatorname{sen} wt\,dt$$

$$V_M = \frac{1}{T}\left[-\frac{v_m \cos wt}{w}\right]_0^T$$

$$w = \frac{2\pi}{T}$$

(b) Valor efectivo:

$$V_{rms}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T v_m^2 \operatorname{sen}^2 wtdt = \frac{1}{T}\int_0^T v_m^2 \left(\frac{1-\cos 2wt}{2}\right)dt$$

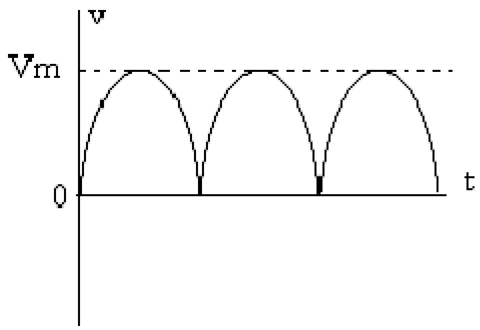
$$= \frac{v_m^2}{T}\left[\frac{1}{2}t - \frac{\operatorname{sen} 2wt}{4w}\right]_0^T = \frac{V_m^2}{2}$$

$$V_{rm} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad \text{o} \quad V_m = \sqrt{2}V_{rm}$$

El valor medio por ejemplo de una señal de voltaje lo mide un voltímetro de corriente continua y el valor efectivo un voltímetro de corriente alterna.

Ejercicio:

Hallar el valor medio y efectivo de la siguiente señal.



15. VALOR INSTANTANEO

Valor instantáneo de una señal es el valor que tiene en un tiempo dado.

Ejemplo:

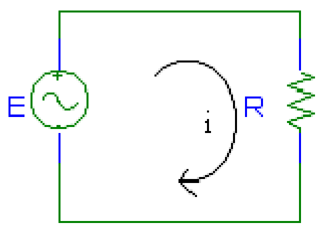
Hallar el valor instantáneo de la señal $i = I_o$ senwt si la amplitud es 10 A, y f=60Hz en un tiempo dado t=0,01 seg.

w = 2*pi*f = 2*pi*(60) = 120pi
i = *Io**sen(w*t),
i =10 *sen(120*pi* 0,01) = 10*sen (1.2*pi)
i = 10 sen 216º = -5,88 A

Ejercicio:

Encontrar el valor efectivo y el valor instantáneo en t = 0,02 seg para la siguiente señal: v = 20* sen(20*pi*t.)

16. CIRCUITO RESISTIVO



$$e = Em\,sen(wt), \quad como\ i = \frac{e}{R}, entonces$$

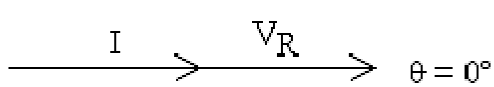
$$i = \left(\frac{Em}{R}\right) sen(wt) = Im\,sen(wt)$$

$$Im = \frac{Em}{R}, \qquad entonces,\ I\sqrt{2} = \frac{E\sqrt{2}}{R}$$

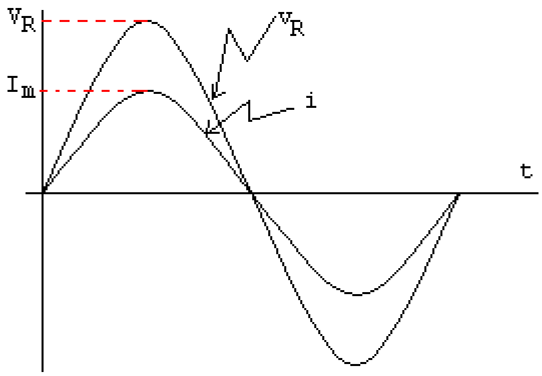
Como se observa en la siguiente gráfica, y en las ecuaciones, se puede concluir que:

“En un circuito resistivo el voltaje y la corriente están en fase.

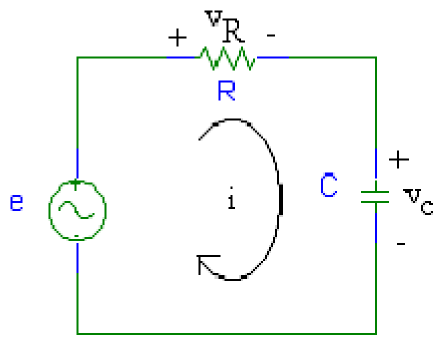
Fasorialmente:



θ= ángulo de fase



17. CIRCUITO RC SERIE



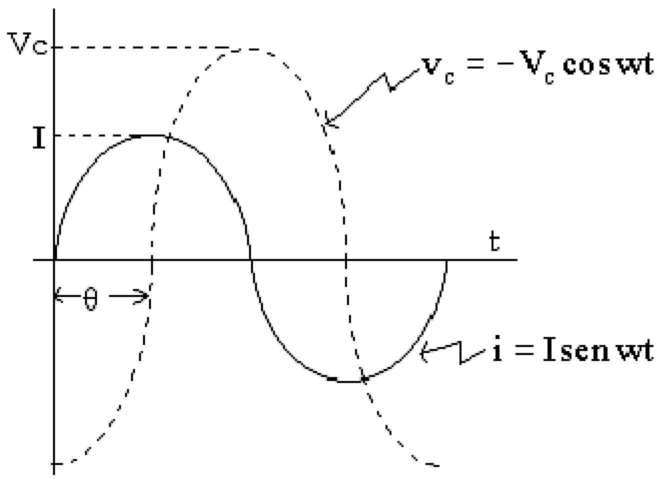
$$v_c = \frac{1}{c}\int idt \quad \text{si} \quad i = I\,\text{sen}\,wt$$

$$v_c = \frac{1}{c}\int I\ \text{sen}\ wtdt = \frac{I}{wc}\ (\text{-cos}wt)$$

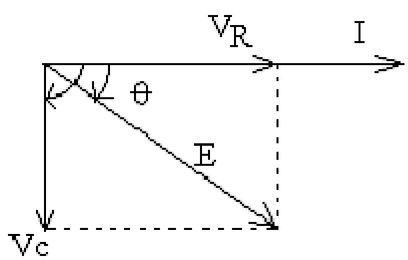
$$v_c = -v_c \cos\,wt \Rightarrow v_c = \frac{I}{wc}$$

$$\frac{1}{wc} = X_c = \text{reactancia capacitiva}$$

$$X_c = \frac{1}{wc}$$
$$V_c = IX_c$$



De la gráfica se puede concluir que: " El voltaje en un condensador está atrasado 90º con respecto a la corriente". Esto se puede representar fasorialmente de la siguiente manera:



Como e= $v_R + v_C$, fasorialmente tenemos que: $\overline{E} = \overline{V_R} + \overline{V_C}$

$E = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$ (por Pitágoras) $V_R = RI$; $V_C = I\,Xc$; $X_C = \dfrac{1}{wc}$

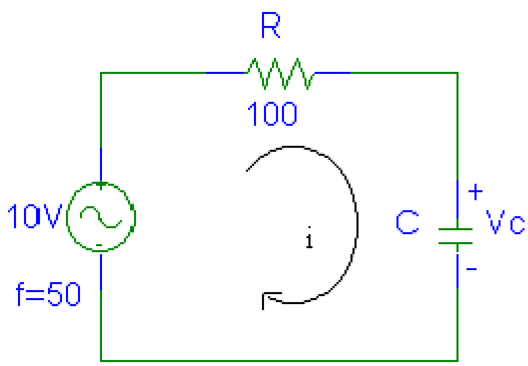
Reemplazando:

$$E = I\sqrt{R^2 + Xc^2} \Rightarrow \frac{E}{I} = \sqrt{R^2 + Xc^2} = Z$$

Z = tanto la impedancia como la reactancia se mide en ohmio.
Del diagrama fasorial: q = - tan^{-1}(Vc/V_R) =tan^{-1}(Xc/R)

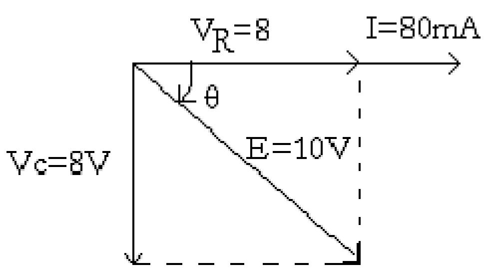
Ejemplo:

En el circuito hallar el valor del condensador si Vc =6V.



$$E = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} \quad \Rightarrow V_R = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8V$$

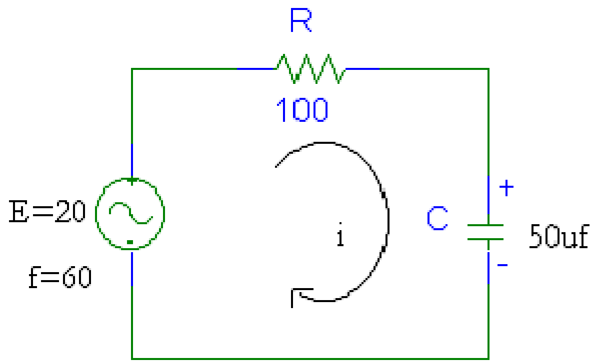
$V_R = RI$
$I = V_R/R = 8/100 = 80mA$
$V_c = I\,Xc \rightarrow Xc = Vc/I = 6/80mA$
$Xc = 75$ ohmio $= 1/WC = 1/(2\pi fC)$
$C=1/(2\pi(60)Xc)=1/(2\pi(60)75)$
C=35,3 uf.



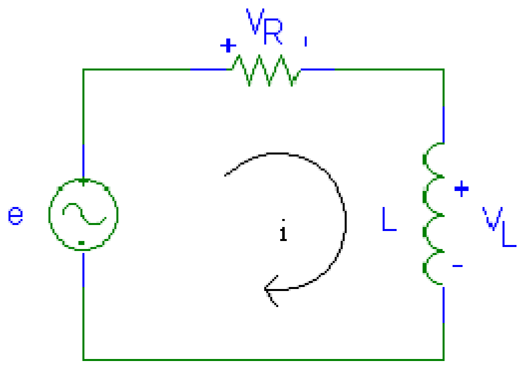
Ejercicio:

Para el circuito determinar:

a) V_R y Vc
b) Impedancia
c) Corriente
d) Angulo de fase



18. CIRCUITO RL SERIE



$$i = I_m \operatorname{sen} wt \qquad v_L = L\frac{di}{dt}$$

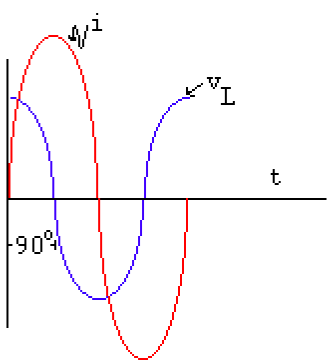
$$V_L = I_m L w \cos wt = (wLI_m)\cos wt$$

$$V_L = V_{Lm}\cos wt \Rightarrow V_{Lm} = wLI_m$$

$$V_L = IwL \qquad wL = X_L$$

$$X_L = \text{Reactancia Inductiva}$$

$$V_L = IX_L$$



De la figura se concluye que:

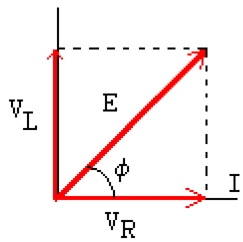
“El voltaje en una bobina está adelantado 90º con respecto a la corriente que pasa por ella”.

$$E = \sqrt{v_R{}^2 + v_L{}^2} \qquad V_R = RI \quad y \quad V_L = X_L I$$

$$E = I\sqrt{R^2 + X_L{}^2} \qquad \frac{E}{I} = Z$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} \qquad E = ZI$$

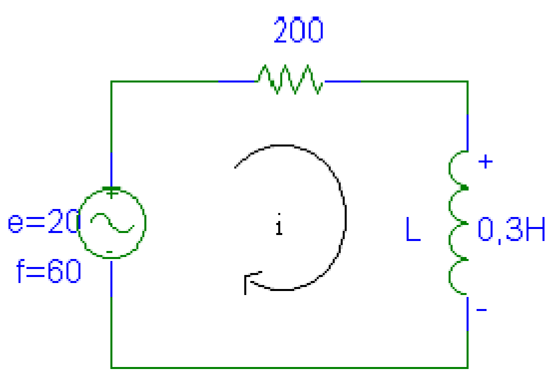
$$\phi = \tan^{-1}\frac{V_L}{V_R} = \tan^{-1}\frac{X_L}{R}$$



Ejemplo:

En el circuito determinar:

a) La impedancia
b) La corriente
c) V_R y V_L
d) Angulo de fase.



a) X_L = 2p*60*0,3 = 113,1 W

b)

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{20}{229{,}8} = 87\,mA$$

c)

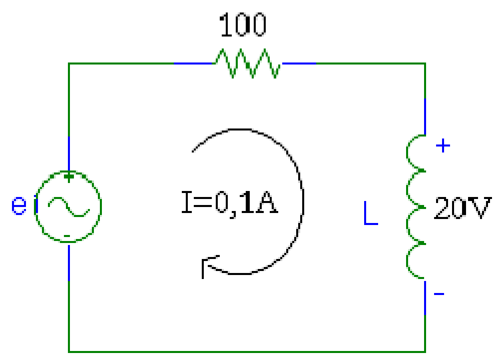
$$V_R = RI = 200\Omega x 87mA = 17{,}4V$$
$$V_L = X_L I = 113{,}1\Omega x 87mA = 9{,}8V$$

d)

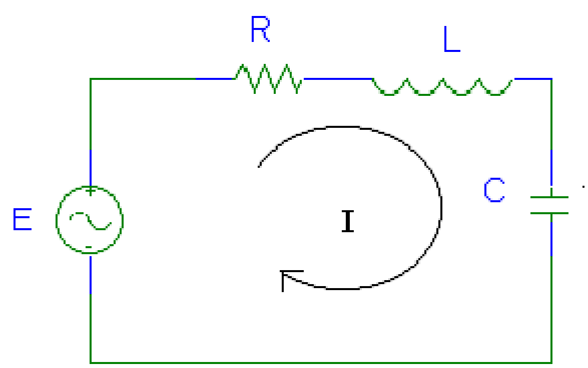
$$\phi = \tan^{-1}\frac{V_L}{V_R} = \tan^{-1}\frac{9{,}8}{17{,}4} = 29{,}4°$$

Ejercicio:

Para el circuito determinar
a) El valor de E
b) La impedancia
c) El valor de L.



19. CIRCUITO RLC SERIE

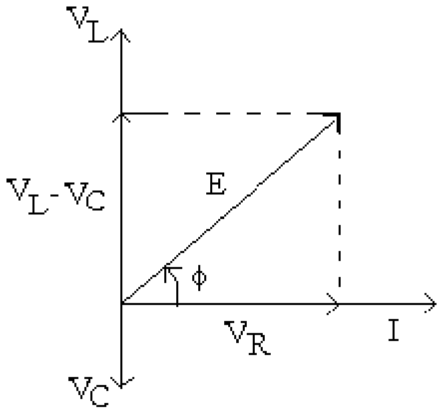


$$X_L = 2\pi fL \qquad X_c = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$V_L = X_L I \qquad V_c = X_c I$$

$$E = ZI$$

Caso 1º: $X_L > X_c$



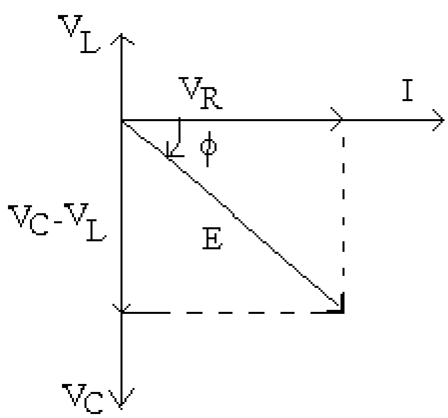
$$E = \sqrt{V_R{}^2 + (V_L - V_C)^2} \quad \text{reemplazando}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{V_L - V_C}{V_R} = \tan^{-1}\frac{X_L - X_C}{R}$$

Debido a que ϕ es positivo el circuito es inductivo.

2º Caso: $X_L < X_c$



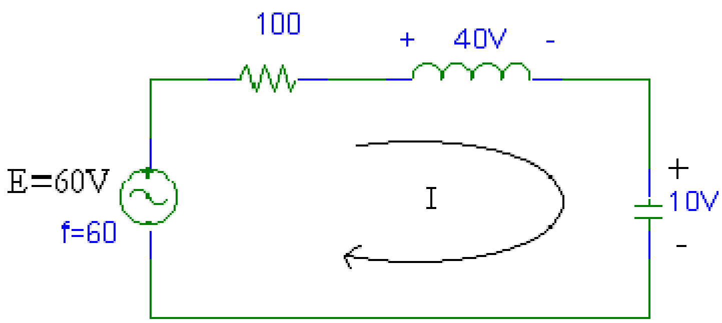
$$E = \sqrt{V_R{}^2 + (V_C - V_L)^2} \quad \text{reemplazando}$$

$$Z=\sqrt{R^2+(X_C-X_L)^2}$$

$$\phi=-\tan^{-1}\frac{V_C-V_L}{V_R}=-\tan^{-1}\frac{X_C-X_L}{R}$$

Como el voltaje total (E) está atrasado con respecto a la corriente el circuito es capacitivo.

Ejemplo:



Determinar:

a) La corriente
b) El valor de L y C
c) La impedancia
d) ¿Es inductivo o capacitivo?

a)

$$E=\sqrt{V_R{}^2+(V_L-V_C)^2}\Rightarrow V_R=\sqrt{E^2-(V_L-V_C)^2}$$

$$V_R=\sqrt{(60)^2-(40-10)^2}\qquad V_R=52V$$

$$I=\frac{V_R}{R}=\frac{52}{100}=0{,}52A$$

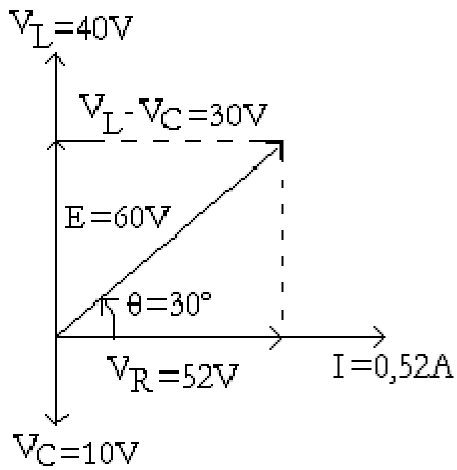
b)

$$V_L=X_LI\qquad X_L=\frac{40}{0{,}52}=77\Omega$$

$$X_L=2\pi fL\qquad L=\frac{77}{2\pi.60}=0{,}2H$$

$$V_C=X_CI\qquad X_C=10/0{,}52=19{,}23\Omega$$

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}\qquad C=\frac{1}{2\pi x60x19{,}23}=138\mu f$$



c)

$$Z = \frac{E}{I} = 60 / 0{,}52 = 115{,}4\Omega \text{ o también}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(100)^2 + (77 - 19{,}23)^2} = 115{,}48\Omega$$

d)

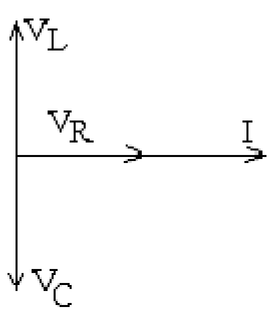
$$\phi = \tan^{-1}\frac{V_L - V_C}{V_R} = \tan^{-1}\frac{40-10}{52} = 30°$$

Ejercicio:

Repetir el ejemplo anterior pero con V_L = 10V y V_c = 40V

Caso 3º: $X_L = X_C$ (circuito resonante)

Si X_L=X_C à $V_L = V_C$



$$E = \sqrt{V_R{}^2 + 0^2} = V_R$$

$$E = VR \quad Z = R \quad \phi = 0°$$

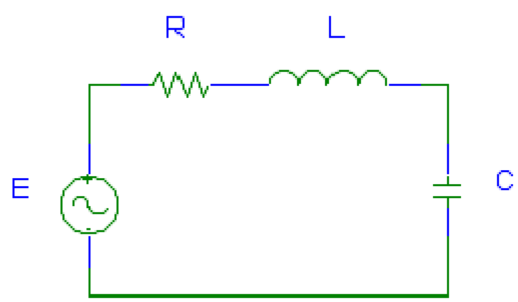
$$X_L = X_C \Rightarrow 2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$f^2 = \frac{1}{(2\pi)^2 LC} \qquad f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

fo = frecuencia de resonancia en la cual $X_L = X_C$

Ejemplo:

Hallar la frecuencia de resonancia del circuito



$$L = 0{,}2H; \qquad C=100uf$$

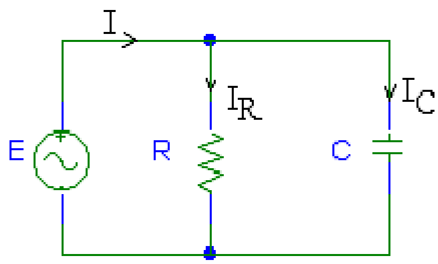
$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}2x100x10^{-6}}}$$

fo = 35,6 Hz.

Ejercicio:

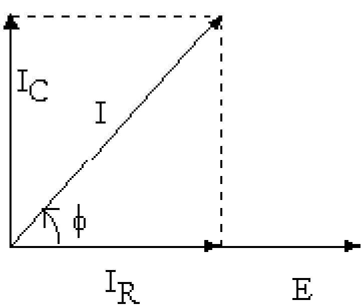
Hallar el valor del condensador que debe tener el circuito resonante de un receptor que tiene una inductancia de 1mH para que sintonice una señal de 100Khz.

20. CIRCUITO RC PARALELO



Es lo mismo decir: " El voltaje en un condensador está atrasado 90º con respecto a la corriente, que, la corriente está adelantada 90º con respecto al voltaje".

Aplicando este concepto al diagrama fasorial, tenemos:



$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$$

$$I_C = \frac{E}{X_C} \qquad I_R = \frac{E}{R}$$

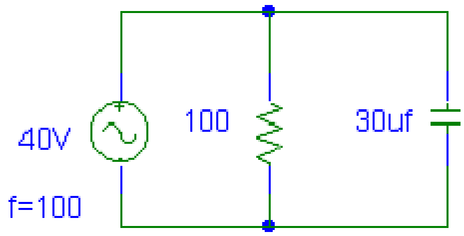
$$I = E/Z$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{I_C}{I_R}$$

Ejemplo:

Para el circuito de la figura siguiente, determinar:

a) I_R, I_C
b) Corriente total
c) Impedancia
d) Angulo de fase.



a) I_R = E/R = 40/100 = 0,4 A.

X_C = 1/2pfC = 1/(2px100x30x10^{-6})

X_C = 53W

I_C=E / (X_C)=40/53=0,75 A

b)

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{(0,4)^2 + (0,75)}$$

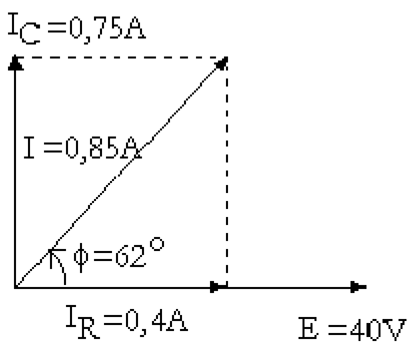
I = 0,85A

c)

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{40}{0,85} = 47\Omega$$

d)

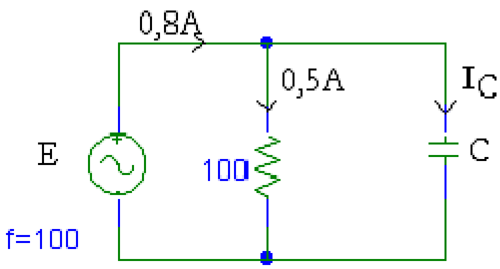
$$\phi = tan^{-1}\frac{I_C}{I_R} = tan^{-1}\frac{0,75}{0,4} = 62° \quad \text{(corriente en adelanto)}$$



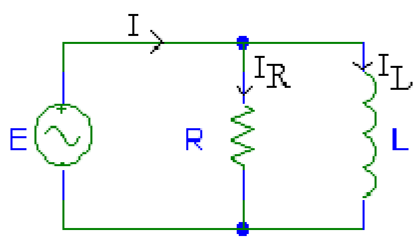
Ejercicio:

Para el siguiente circuito, determinar:

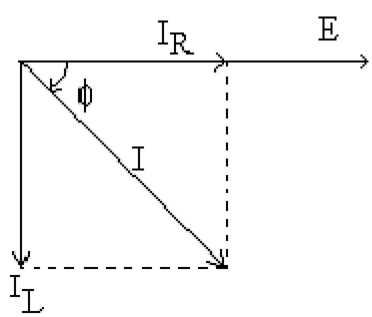
a) I_C
b) El valor de C.
c) Angulo de fase
d) Impedancia.



21. CIRCUITO RL PARALELO



En una bobina el voltaje esta adelantado 90º con respecto a la corriente, esto es lo mismo que decir "La corriente en una bobina está atrasada 90º con respecto al voltaje".
El diagrama fasorial del circuito es:



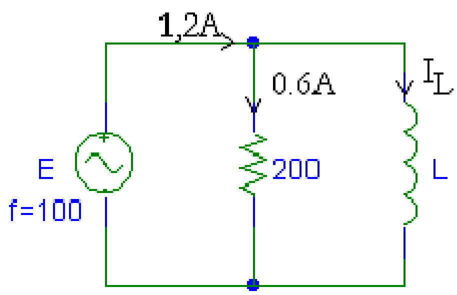
$$I = \sqrt{I_R{}^2 + I_L{}^2}$$

$$I = \frac{E}{Z};\quad I_R = \frac{E}{R};\quad I_L = \frac{E}{X_L}$$

$$\phi = -\tan^{-1}\frac{I_L}{I_R}$$

Ejemplo:

En el circuito
a) El valor de I_L
b) El valor de L
c) Angulo de fase



a) $E = I_R R = 0{,}6 \text{ x } 200 = 120V$

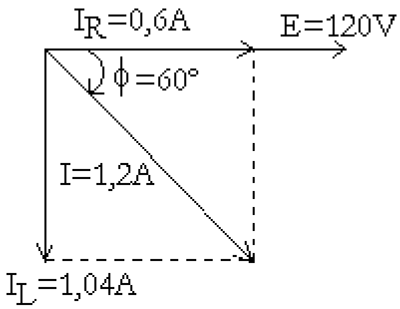
$$I_L = \sqrt{I^2 - I_R{}^2} = \sqrt{(1{,}2)^2 - (0{,}6)^2}$$

$I_L = 1{,}04$ A.

b)

$$X_L = \frac{E}{I_L} = \frac{120}{1{,}04} = 115{,}4\Omega$$

$$X_L = 2\pi fL \qquad L = \frac{115{,}4}{2\pi x 100} = 0{,}184H$$



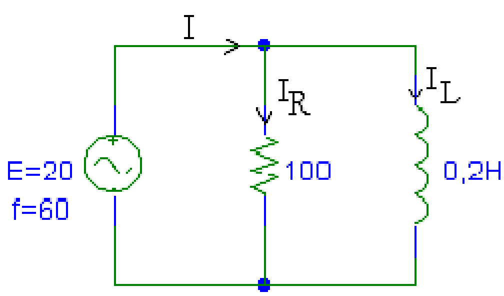
c)

$$\phi = -\tan^{-1}\frac{I_L}{I_R} = -\tan^{-1}\frac{1.04}{0,6} = -60° \quad \text{(corriente en atraso)}$$

Ejercicio:

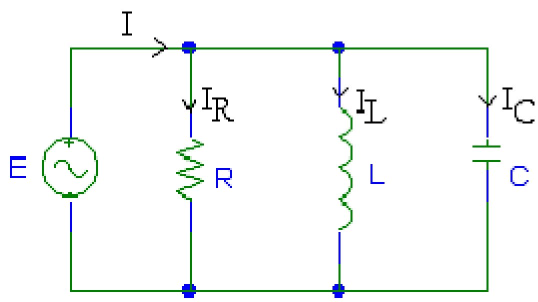
Para el siguiente circuito, determinar:

a) La corriente I
b) Impedancia
c) Angulo de fase

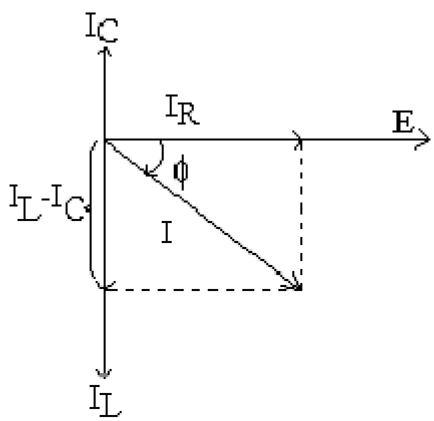


22. CIRCUITO RLC PARALELO

E circuito puede ser: inductivo, capacitivo o resonante.



Caso 1º: $I_L > I_C$ (inductivo)



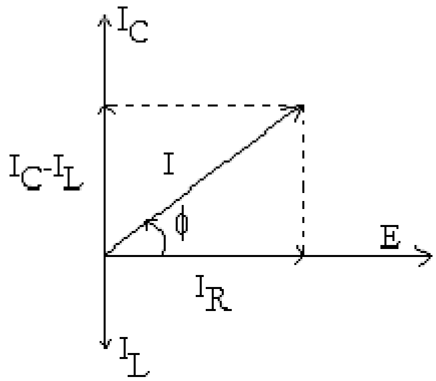
$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

$$I_R = \frac{E}{R}, \quad I_L = \frac{E}{X_L} \quad I_C = \frac{E}{X_C}, \quad I = \frac{E}{Z}$$

$$\phi = tan^{-1} \frac{I_L - I_C}{I_R}$$

Corriente en atraso respecto al voltaje.

Caso 2º: $I_L < I_C$ (capacitivo)



$$I = \sqrt{I_R^{\,2} - (I_C - I_L)^2}$$

$$I_R = \frac{E}{R}; \qquad I_L = \frac{E}{X_L}; \qquad I_C = \frac{E}{X_C};$$

$$I = E/Z$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{I_C - I_L}{I_R}$$

Corriente en adelanto respecto al voltaje.

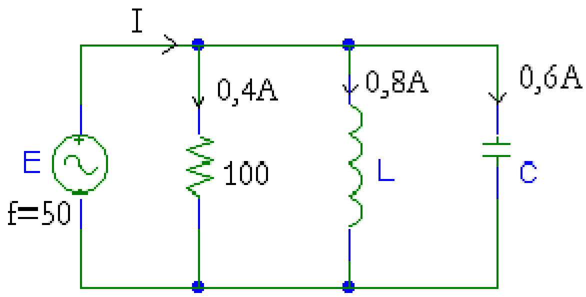
Ejemplo:

En el circuito siguiente, encontrar:

a) La impedancia

b) El valor de L y C

c) Angulo de fase.



$$a)\ E = RI_R = 100(0{,}4) = 40V$$

$$I = \sqrt{I_R{}^2 + (I_L - I_C)^2}$$

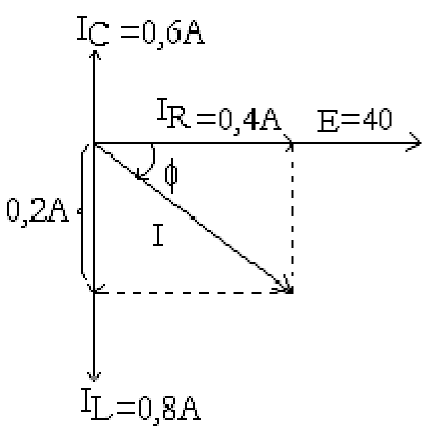
$$I = \sqrt{(0{,}4)^2 + (0{,}8 - 0{,}6)^2} = 0{,}45A$$

$$Z = \frac{E}{I} = \frac{40}{0{,}45} = 88{,}9\Omega$$

b) X_L = E/I_L= 40/0,8=50W

X_L=2pfL à L=50/2p x 50=0,16H

X_C=E/I_C = 1/(2pfC) à C = 1/(2px50x66,7) = 47,7uf



c)

$$\phi = tan^{-1}\frac{I_L - I_C}{I_R} = tan^{-1}\frac{0{,}8 - 06}{0{,}4} = tan^{-1}\frac{0{,}2}{0{,}4}$$

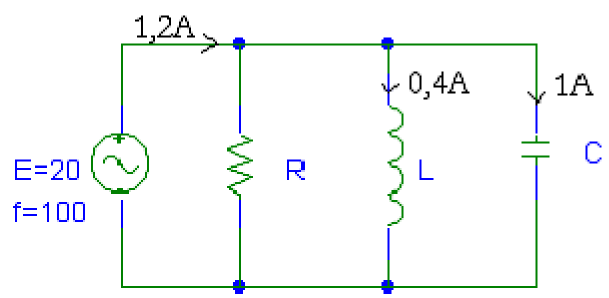
Ejercicio:

Para el circuito de la figura, determinar:

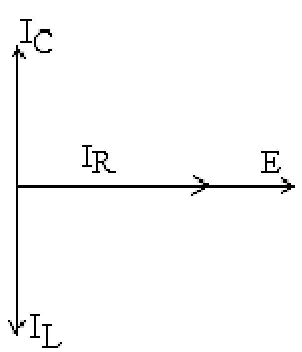
a) Impedancia

b) Valores R, L y C

c) Angulo de fase.



Caso3º: I_L=I_C (resonante)



Como I_L = I_C, entonces: I = I_R Z = E / I=R, f = 0º.

En resonancia paralela la corriente es mínima y la impedancia es máxima.
Como I_C= I_L, entonces; X_C=X_L,

$$fo = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Ejemplo:

Para el ejemplo anterior determinar la frecuencia de resonancia del circuito, la corriente y Z.

$$fo = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(0{,}16x47{,}7x10^{-6})}} = 57{,}6\text{Hz}$$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi(57{,}6)(0{,}16) = 57{,}9\Omega;$$

$$I_L = \frac{E}{X_L} = \frac{40}{57{,}9} = 0{,}69\text{A}$$

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\times 57{,}6\times 47\times 10^{-6}} = 57{,}9\Omega$$

$$I_C = 0{,}69\text{A}$$

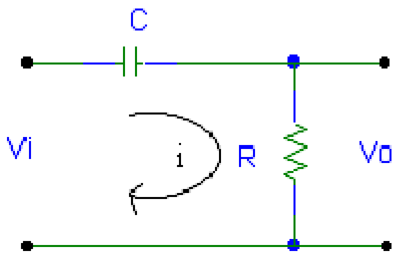
$$I = I_R = \frac{E}{R} = \frac{40}{100} = 0{,}4\text{A}$$

$$Z = R = 100\Omega$$

Ejercicio:

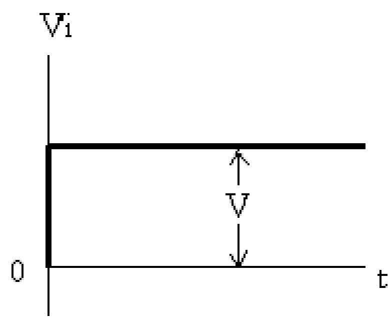
En un circuito resonante paralelo E=10V, R=100W, L = 1 mH; C=10nf. Determinar valor de la corriente para: a) f=fo b) f=fo+5Khz c)f=fo-5Khz

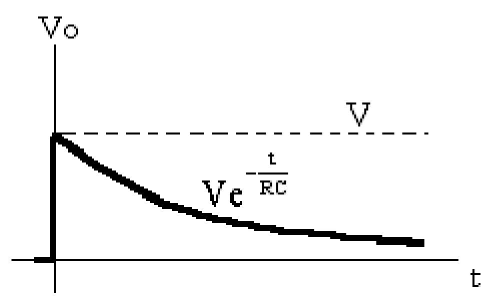
23. CIRCUITO RC PASA ALTO



Debido a que la reactancia de un condensador disminuye al aumentar la frecuencia, las componentes de alta frecuencia de la señal de entrada aparecerán a la salida con menor atenuación que las de bajas frecuencias. A frecuencias muy altas el condensador se comporta casi como un corto circuito, por lo que virtualmente toda la entrada aparece a la salida. A este comportamiento se le debe el nombre de “filtro de pasa alto”.

A frecuencia cero, el condensador presenta reactancia infinita y por lo tanto, es como si estuviera abierto. Cualquier tensión de CC de entrada queda “bloqueada” sin poder llegar a la salida. Por ello se denomina a C condensador de bloqueo.
Entrada en escalón.





Del circuito tenemos: $V_i = V_R + V_C$, pero, $V_i = V$

$$V = Ri + \frac{1}{c}\int i\,dt;$$

derivando tenemos:

$$0 = R\frac{di}{dt} + \frac{i}{c}$$

$$\int \frac{di}{i} = -\int \frac{dt}{RC} \Rightarrow \ln i = -\frac{t}{RC} + k$$

Condiciones iniciales: t=0 I = V/R (El condensador inicialmente es un corto), entonces,

$$\int \frac{di}{i} = -\int \frac{dt}{RC} \Rightarrow k = \ln\frac{V}{R} \Rightarrow \ln i = -\frac{t}{RC} + \ln\frac{V}{R}$$

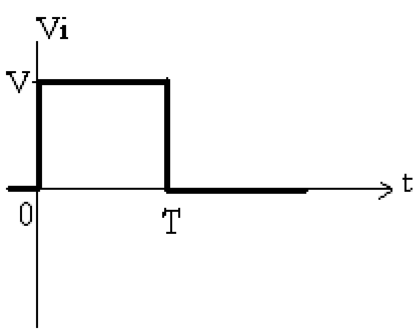
$$\ln\frac{iR}{V} = -\frac{t}{RC}, \text{ o sea, } \frac{iR}{V} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

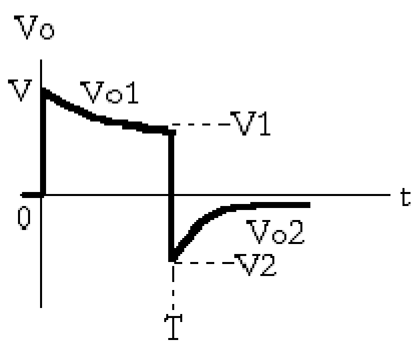
$$i = \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

$V_o = V_R = Ri \rightarrow Vo = Ve^{-\frac{t}{RC}}$

RC= constante de tiempo y se mide en segundos.

Entrada en pulso





Como el condensador no puede responder a cambios bruscos de voltaje, entonces:

$V_2 = V_1 - V$

Para t<T:

$$Vo = Vo_1 = Ve^{-\frac{t}{RC}}$$

$$t = T^- \Rightarrow V_1 = Ve^{-\frac{T}{TC}}$$

$$t = T^+ \Rightarrow V_2 = V_1 - V$$

RC = constante de tiempo

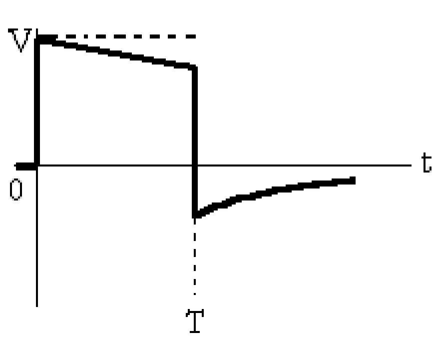
T= ancho de pulso.

Para t > T:

$$Vo = Vo_2 = V_2 e^{-\frac{t}{RC}}$$

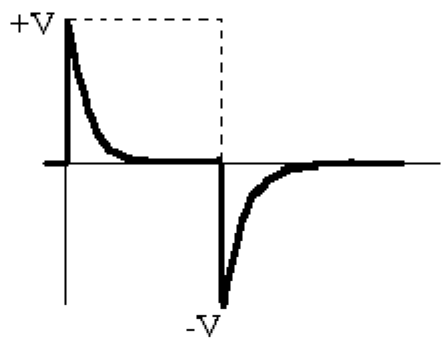
Si RC>>T, se produce una pequeña inclinación en el techo del pulso (FGA).

Si RC<<T la salida es un pico de amplitud V positivo y otro negativo. (FGB)



RC>>T

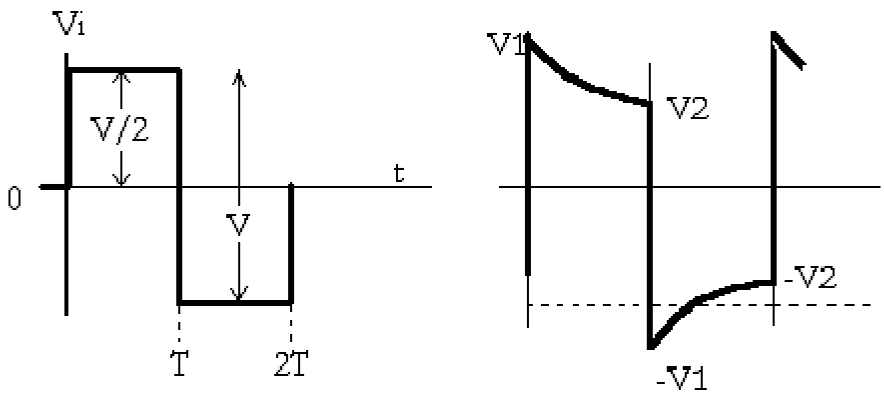
FGA



RC<<T

FGB

Entrada en onda cuadrada



Relacionando las ecuaciones para la entrada en pulso, se tiene:

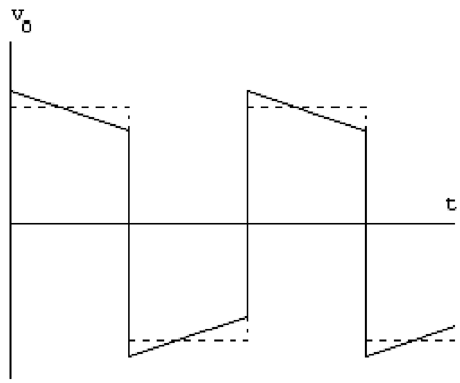
$V_2 = V_1 e^{-\frac{T}{RC}}$ y $V_1 = V - V_2$; reemplazando,

$$V_2 = (V - V_2)e^{-\frac{T}{RC}} \Rightarrow V_2\left(1 + e^{-\frac{T}{RC}}\right) = V e^{-\frac{T}{RC}}$$

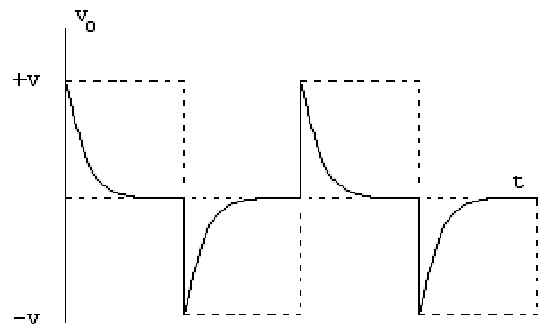
$$V_2 = \frac{V e^{-\frac{T}{RC}}}{1 + e^{-\frac{T}{RC}}} \quad \Rightarrow V_2 = \frac{V}{1 + e^{\frac{T}{RC}}}$$

$$V_1 = V - V_2 = V - \frac{V}{1 + e^{\frac{T}{RC}}} = \frac{V\left(1 + e^{\frac{T}{RC}} - 1\right)}{1 + e^{\frac{T}{RC}}} \Rightarrow V_1 = \frac{V}{1 + e^{-\frac{T}{RC}}}$$

RC = constante de tiempo T= semiperiodo.



RC>>T



RC<<T (Derivador)

Circuito RC derivador

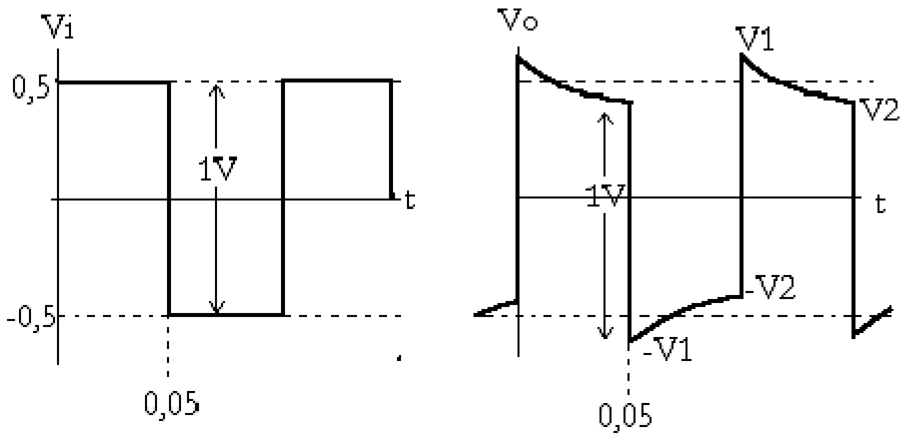
Si la constante de tiempo es muy pequeña comparada con el semiperiodo, el circuito se denomina “derivador”. Esto es debido a que en estas condiciones el voltaje en la resistencia es muy pequeño comparado con el voltaje del condensador, asea, V_i » V_C

$$i \approx C\frac{dv_i}{dt} \qquad\qquad V_0 = V_R = Ri \Rightarrow V_0 = RC\frac{dv_i}{dt}$$

La salida es proporcional a la derivada de la entrada.

Ejemplo:

Una onda cuadrada simétrica cuya amplitud pico pico es de 1V varía entre ±0,5V con respecto a masa. El semiperiodo es de 0,05 seg. Esta tensión se introduce a un circuito RC pasa alto cuya constante de tiempo es de 0,2 seg. ¿Cuáles son los valores máximos y mínimos en régimen permanente?.



$$V_2 = V_1 e^{-\frac{T}{RC}} = V_1 e^{-0,05/0,2} = V_1 e^{-0,25} = 0,78V_1$$

$$V_1 = 1 - V_2 \Rightarrow V_2 = 0,78(1 - V_2) \Rightarrow V_2 = \frac{0,78}{1.78} = 0,44V$$

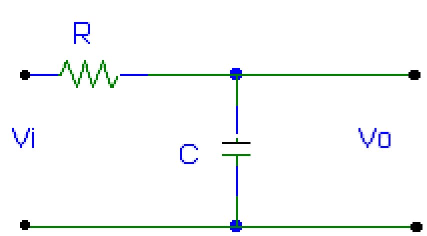
$$V_1 = 1 - 0,44 = 0,56V$$

Ejercicio:

Repetir el ejemplo anterior si V=10V

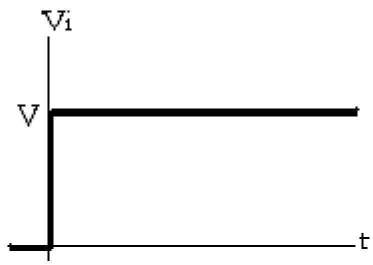
T=1 seg, RC=2 seg.

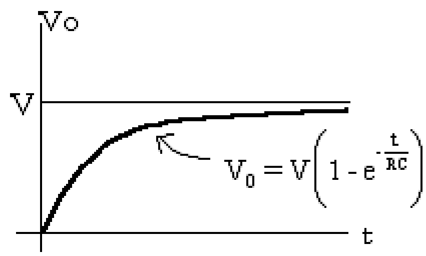
24. CIRCUITO RC PASA BAJO.



El circuito de la figura deja pasar fácilmente las bajas frecuencias y atenúa las altas debido a que la reactancia del condensador disminuye al aumentar la frecuencia. A frecuencias muy altas, el condensador actúa como corto circuito virtual y la salida cae a cero

Entrada en escalón

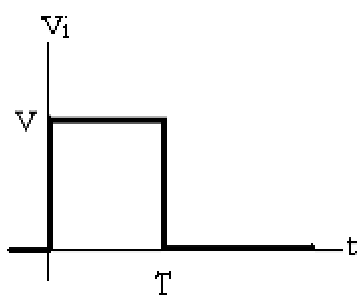


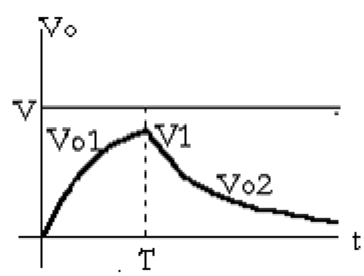


$$V_0 = V_i - V_R = V - V e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$V_0 = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Entrada en pulso:





Para t < T:

$$V_{o1} = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

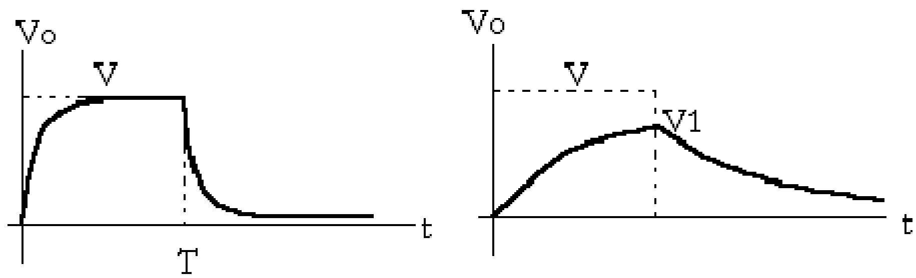
en t=T, $V_{o1}=V_1$ →

$$V_{o1} = V\left(1 - e^{-\frac{T}{RC}}\right)$$

Para t > T:

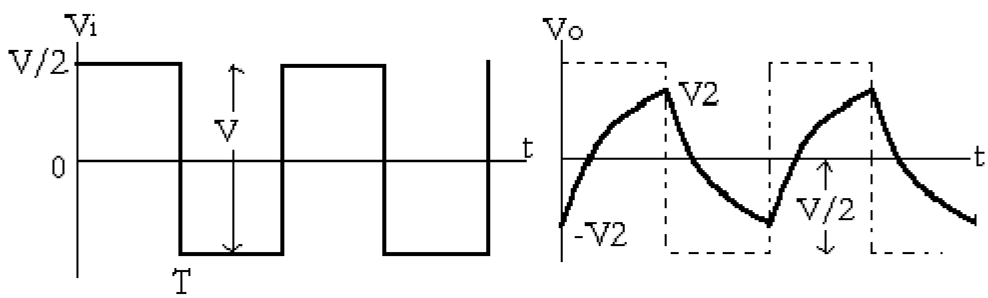
$$V_{o2} = V_1 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Formas de onda para:



RC<<T RC>>T

Entrada en Onda Cuadrada:



De la forma de Onda de salida, tenemos:

$$-V_2 = \left[V_2 + \frac{V}{2}\right] e^{-\frac{T}{RC}} - \frac{V}{2} \Rightarrow \text{si } \; x = T / RC$$

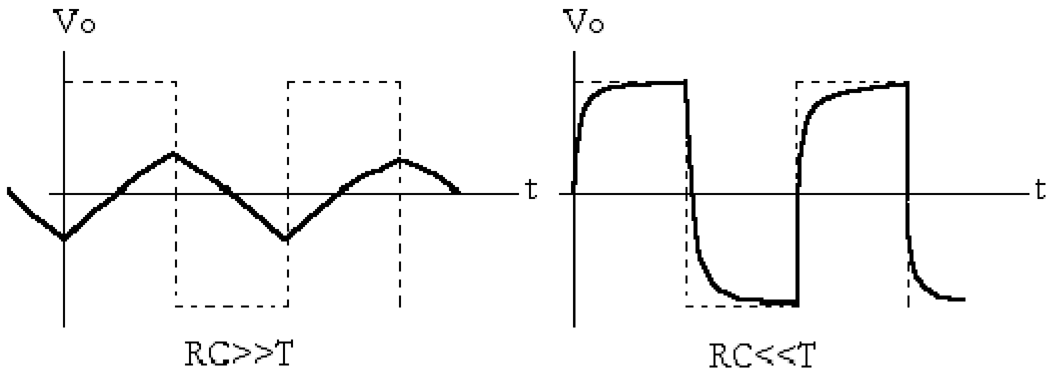
$$\rightarrow \quad -V_2 = V_2 e^{-x} + \frac{V}{2}\left(e^{-x} - 1\right) \Rightarrow V_2\left(1 + e^{-x}\right) = \frac{V}{2}\left(1 - e^{-x}\right)$$

$$V_2 = \frac{V}{2}\left(\frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}\right) = \left(\frac{e^{x} - 1}{e^{x} + 1}\right)\frac{V}{2} \Rightarrow V_2 = \frac{V}{2}\tanh\frac{X}{2}$$

Circuito integrador:

Si la constante de tiempo es muy grande comparada con el semiperiodo, el circuito se denomina "Integrador". Esto proviene del hecho de que el voltaje en el condensador es muy pequeño comparado con el voltaje en la resistencia y puede considerarse que la señal de entrada aparece casi toda en la resistencia.

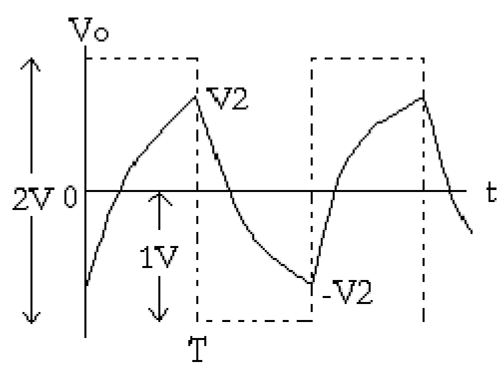
$$V_o = \frac{1}{C}\int i\,dt \qquad\qquad i = \frac{Vi}{R} \Rightarrow Vo = \frac{1}{RC}\int Vi\,dt$$



Integrador

Ejemplo:

Una onda cuadrada simétrica cuya amplitud pico a pico es de 2V y cuyo valor medio es cero, se aplica a un pasa bajo RC. La constante de tiempo es igual al semiperiodo de la onda cuadrada. Hallar el valor pico a pico de la onda de salida.



$$-V_2 = (V_2 + 1)e^{-\frac{1}{RC}} - 1$$

$$T = RC \Rightarrow \frac{T}{RC} = 1$$

$$-V_2 = (V_2 + 1)(0{,}37) - 1$$

$$V_2(1 + 0{,}37)) = 1 - 0{,}37$$

$$V_2 = \frac{0{,}63}{1{,}37} = 0{,}46V$$

$$Vpp = 2V_2 = 0{,}92V$$

Ejercicio:

Repetir el ejemplo anterior si T=0,1 seg. R=10KW, C=50uf; y V=5V.