Ceduvirt

TEORÍA GENERAL DE SISTEMAS

CONTENIDO

1. CONCEPTOS BÁSICOS

1.1 INTRODUCCIÓN

En 1950 el biólogo Ludwin Von Bertalanffy desarrolló la Teoría General de Sistemas, como una forma de proporcionar un marco referencial integral e interdisciplinario en los que convergen conocimientos de las ciencias naturales, las matemáticas y las ciencias sociales. Esta teoría permite analizar y comprender los fenómenos de la realidad, mediante la realización de modelos, leyes, ecuaciones que interpretan en forma aproximada la realidad.

1.2 SISTEMA

Un sistema es una combinación de componentes que actúan conjuntamente para alcanzar un objetivo específico. Un sistema es dinámico cuando la salida presente depende de las entradas pasadas y es estático cuando la salida presente depende solamente de las entradas presentes.

1.3 TEORÍA DE SISTEMAS

Estudia los modelos, las leyes y ecuaciones que explican la estructura y el comportamiento del sistema aproximándolo a la realidad.

1.4 OBJETIVOS

Los objetivos de la Teoría General de Sistemas son los siguientes:

a) Impulsar el desarrollo de una terminología que permita describir las características, funciones y comportamiento de los sistemas
b) Desarrollar un conjunto de leyes aplicables a los diferentes modelos
c) Describir matemáticamente estas leyes mediante ecuaciones ya sean lineales o diferenciales

1.5 ESTRATEGIAS

Las estrategias que se implementan en la teoría de sistemas se puede ver desde dos puntos de vista:

a) Del estudio de los componentes del sistema, de cómo interactúan entre sí para el análisis y diseño del sistema
b) Del estudio de la interacción entre el sistema y su entorno.

Estas dos estrategias son complementarias en el estudio de un sistema determinado.

Por ejemplo, si vemos la universidad como un sistema, con el enfoque de la primera estrategia, analizamos sus programas, sus facultades, los institutos de investigación que integra y analizamos sus interacciones entre ellos. Con el enfoque de la segunda estrategia se tiene que analizar la universidad con su entorno, esto es, la calidad de los estudiantes seleccionados, la calidad de los egresados, la relación universidad con el sector externo, etc.

1.6 COMPONENTES DE UN SISTEMA

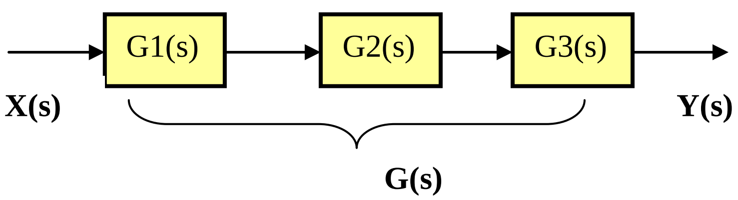
Los componentes básicos de un sistema son:

a) Estructura. Se refiere a las interrelaciones y procesos entre las partes del sistema.
b) Ambiente. Relaciona el sistema con el todo. Es su entorno
c) Entradas. Son las fuentes de energía, recursos e información que necesita el sistema para su funcionamiento y que importa del ambiente
d) Salidas. Son los productos o resultados que se construye a través de la estructura y los procesos internos.

Con relación a las estructuras, existen diferentes tipos:

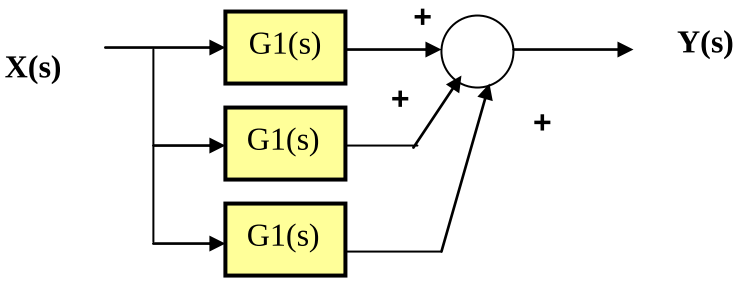
ESTRUCTURA SERIE

Los elementos que conforman su estructura están unos seguidos de otros. La salida de un elemento o subsistema es la entrada del otro y así sucesivamente.



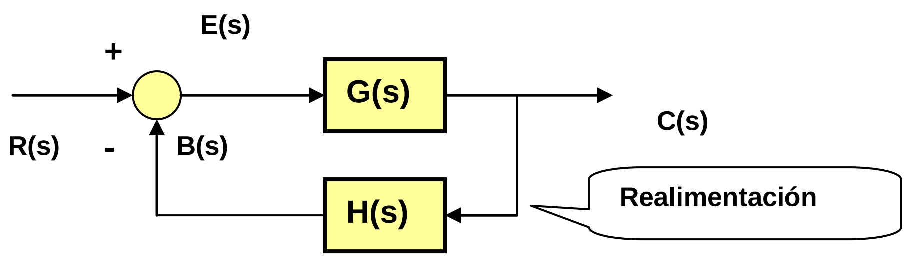
ESTRUCTURA PARALELA

Las entradas de los elementos que componen la estructura llegan simultáneamente al sistema al igual que sus entradas.



ESTRUCTURA REALIMENTADA

En una estructura realimentada, la salida o parte de ella se reinyecta a la entrada, configurándose una realimentación al sistema.



1.7 CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS

Los sistemas pueden clasificarse de las siguientes maneras:

a) Con relación al <u>origen</u>, ellos pueden ser <u>naturales</u> como por ejemplo el sistema nervioso, el sistema solar, etc o pueden ser <u>artificiales</u> como los creados por hombre como las máquinas.
b) Con relación al <u>ambiente</u>, pueden ser sistemas en <u>lazo abierto</u> o sistemas en <u>lazo cerrado</u> o realimentados.

Ejemplo de un sistema hidráulico en lazo abierto y cerrado son los siguientes:

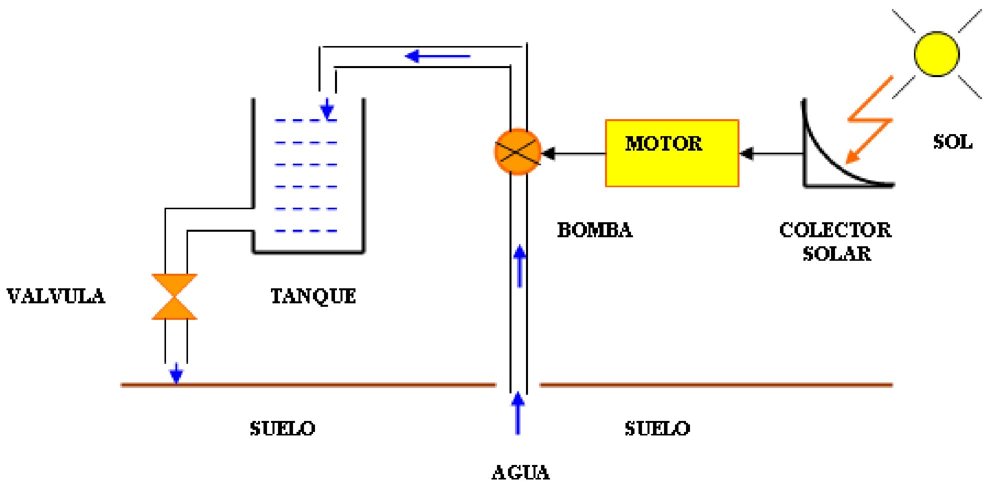


FIGURA: SISTEMA EN LAZO ABIERTO

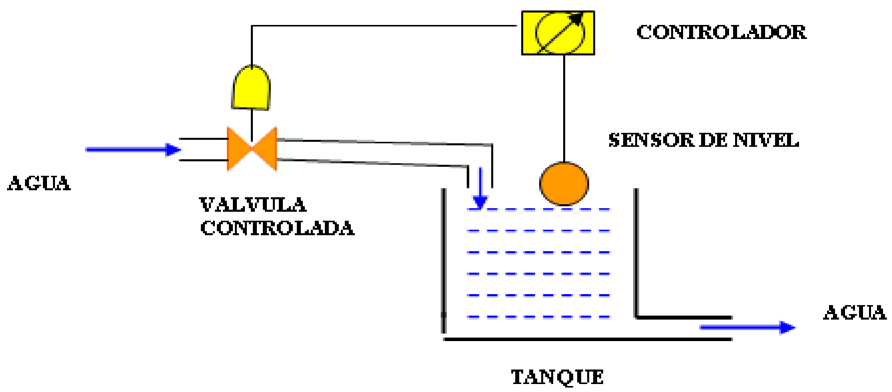


FIGURA: SISTEMA DE LAZO CERRADO

2. TENDENCIAS DE LA TGS

2.1 CIBERNÉTICA

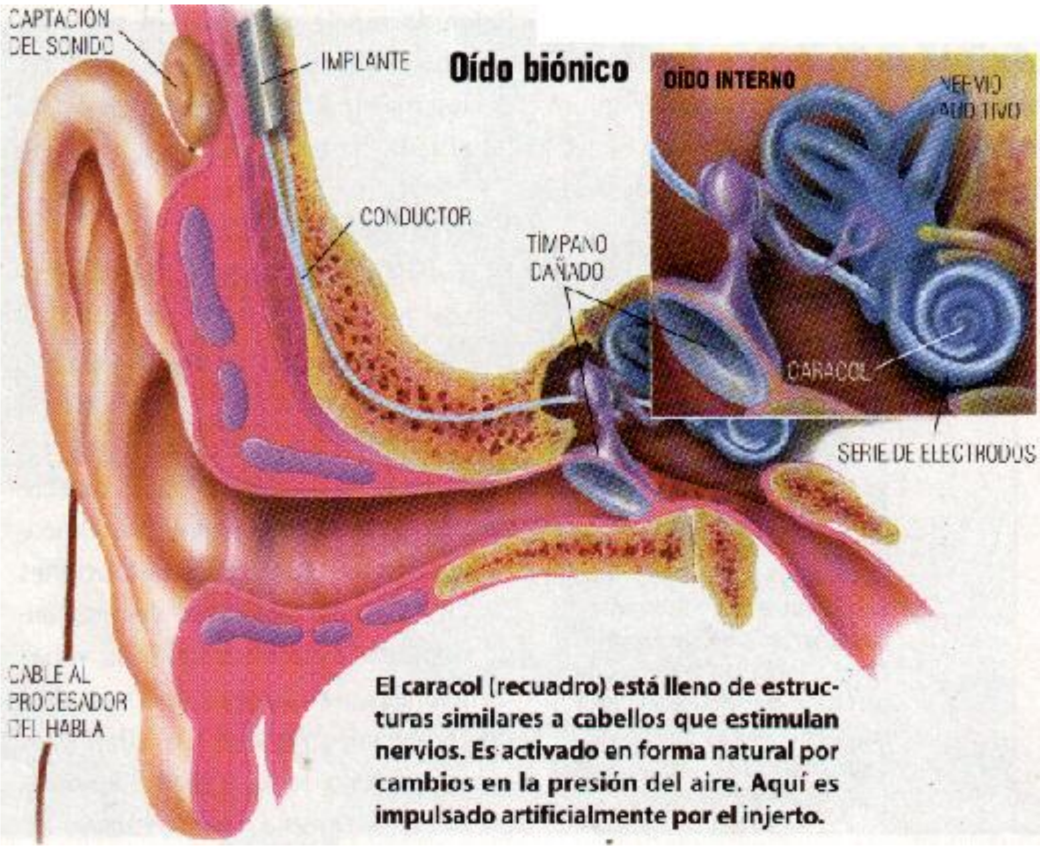
En 1947 Norbert Wiener propuso el nombre de Cibernética como la ciencia de los mandos, esto es, estructuras con elementos electrónicos correlacionados con los mecanismos que regulan la psicología de los seres vivientes y los sistemas sociales humanos.

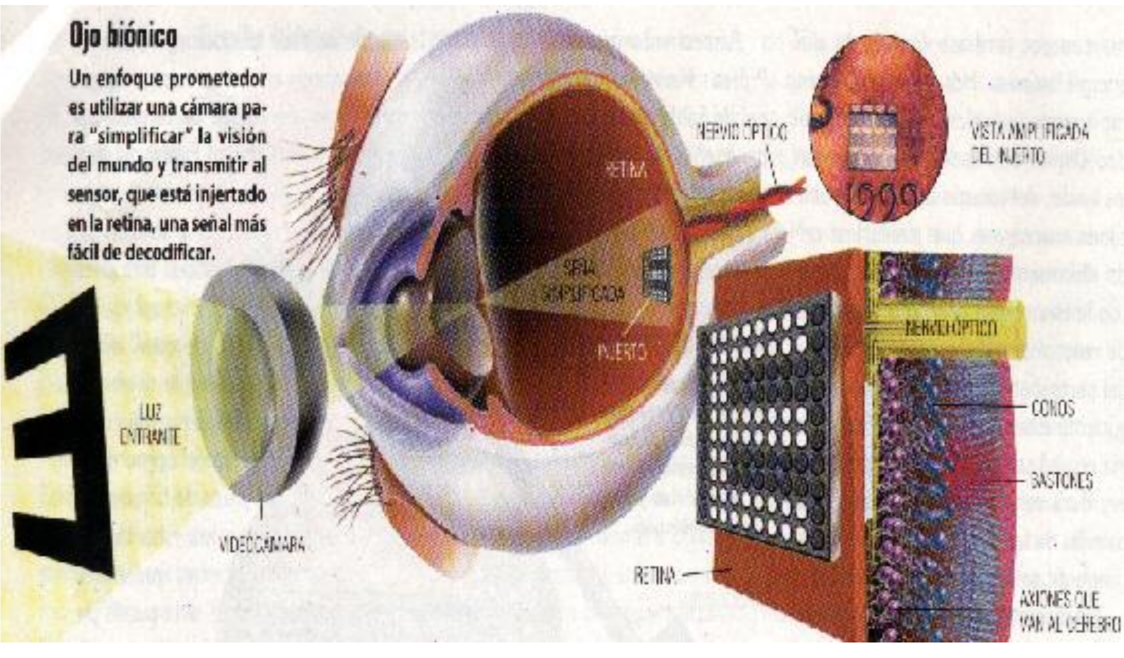
La Cibernética estudia la organización de las máquinas capaces de reaccionar y operar con mayor precisión y rapidez que los seres vivos. Se ha considerado dividida en dos áreas: La Biónica y la Robótica.

BIÓNICA

Es la ciencia que estudia las máquinas o procesos autocontrolados imitando la vida a través de la Biología y la electrónica, También se define como la organización de los seres vivos por su aplicación a las necesidades técnicas como la construcción de modelos de materia viva, particularmente las moléculas protéicas y los ácidos nucleicos.

Como aplicaciones prácticas, en en ésta área de la Cibernética, tenemos el Ojo Biónico, el Oído Biónica, entre otras.


CAPTACIÓN DEL SONIDO
IMPLANTE
Oído biónico
OÍDO INTERNO
NERVIO AUDITIVO
CONDUCTOR
TÍMPANO DAÑADO
CARACOL
SERIE DE ELECTRODOS
CABLE AL PROCESADOR DEL HABLA
El caracol (recuadro) está lleno de estructuras similares a cabellos que estimulan nervios. Es activado en forma natural por cambios en la presión del aire. Aquí es impulsado artificialmente por el injerto.


Ojo biónico
Un enfoque prometedor es utilizar una cámara para "simplificar" la visión del mundo y transmitir al sensor, que está injertado en la retina, una señal más fácil de decodificar.
NERVIO ÓPTICO
VISTA AMPLIFICADA DEL INJERTO
RETINA
SEÑAL SIMPLIFICADA
INJERTO
NERVIO ÓPTICO
CONOS
BASTONES
LUZ ENTRANTE
VIDEOCÁMARA
RETINA
AXONES QUE VAN AL CEREBRO

ROBÓTICA

La Robótica es la técnica que aplica la informática al diseño y empleo de aparatos que, en substitución de personas, realizan operaciones o trabajos, por lo general en instalaciones industriales. Se emplea en tareas peligrosas o para

tareas que requieren una manipulación rápida y exacta. En los últimos años, con los avances de la Inteligencia Artificial, se han desarrollado sistemas que desarrollan tareas que requieren decisiones y autoprogramación y se han incorporado sensores de visión y tacto artificial.

Los robots son dispositivos compuestos de sensores que reciben datos de entrada y que pueden estar conectados a la computadora. Esta, al recibir la información de entrada, ordena al robot que efectúe una determinada acción. Puede ser que los propios robots dispongan de microprocesadores que reciben el input de los sensores y que estos microprocesadores ordenen al robot la ejecución de las acciones para las cuales está concebido. En este último caso, el propio robot es a su vez una computadora.

Los principios de la Robótica fueron enunciados por Isaac Asimov, son los siguientes:

1. Un robot no puede actuar contra un ser humano o, mediante la inacción, que un ser humano sufra daños.
2. Un robot debe de obedecer las órdenes dadas por los seres humanos, salvo que estén en conflictos con la primera ley.
3. Un robot debe proteger su propia existencia, a no ser que esté en conflicto con las dos primeras leyes.

Los Robots son sistemas cerrados que comparan su posición con la que deberían tener al final de un proceso a través de servomecanismos. Son cada vez más inteligentes con la inclusión de cámaras de video que pueden reconocer objetos y patrones y pueden tomar sus propias decisiones.

El robot está formado por una serie de elementos o eslabones unidos mediante articulaciones que permiten un movimiento relativo entre cada dos eslabones consecutivos. Está compuesto por una estructura mecánica, transmisiones, sistemas de accionamientos, sistema sensorial, sistema de control y elementos terminales. La programación del robot es el proceso mediante el cual se le indica la secuencia de acciones que deberá llevar a cabo durante la realización de una tarea.

2.2 TEORÍA DE LA INFORMACIÓN

La Teoría de la Información es una teoría matemática creada por Claude Shannon en 1948, base de la teoría actual de la comunicación y codificación. Esta teoría establece los límites de compresión de la información y máxima velocidad de transmisión. Shannon consideró la información codificada de manera digital como una serie de 1's y 0's que se refería como bits (dígitos binarios).

La información se puede tratar como una cantidad física mensurable, es aplicada por los ingenieros de comunicación y algunos de sus conceptos han encontrado su uso en la psicología y en la lingüística.

Los elementos básicos en una comunicación son: fuente de información que transmite el mensaje, el medio o el canal en el cual se transmite, el dispositivo de recepción que descifra el mensaje.

Un sistema de procesamiento de información tiene que ver con: procesamiento de archivos, tipo de procesamiento, tipo de modulación de la señal, ancho de banda, velocidad en baudios, capacidad del canal, tipo de cable (coaxial, fibra óptica, etc), tipo de enlace (microondas, radiofrecuencia, etc), relación señal/ruido.

2.3 DINÁMICA DE SISTEMAS

Durante los últimos treinta años se ha desarrollado un campo conocido como Dinámica de Sistemas, que combina la teoría, los métodos y la filosofía para analizar el comportamiento de los sistemas cuyo precursor fue Jay Forrester ingeniero de sistemas del Instituo tecnológico de Maschussets (MIT). Su aplicación se extiende al medio ambiente, la conducta económica, medicina, ingeniería y otros campos. La dinámica de sistemas muestra cómo van cambiando las cosas a través del tiempo. Un proyecto comienza con un problema que hay que resolver en un comportamiento indeseable que hay que corregir y evitar.

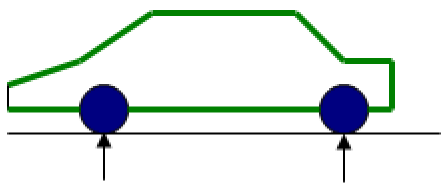
La dinámica de sistemas usa conceptos del campo de control realimentado para organizar la información en un modelo de simulación por computador. La simulación revela implicaciones del comportamiento del sistema representado por el modelo diseñado.

Ceduvirt

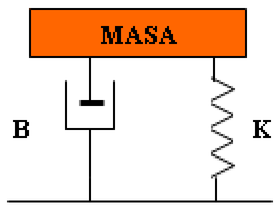
En un sistema dinámico las variables asociadas sufren cambios a lo largo del tiempo, como consecuencia de las interacciones que se producen entre ellas. Su comportamiento vendrá dado por el conjunto de comportamiento de todas las variables que operan en el sistema.

En ingeniería, la dinámica de sistemas se aplica para resolver y analizar el comportamiento de los sistemas como el sistema Mecánico, el Sistema eléctrico, Sistema Hidráulico, Sistema Térmico y otros. A continuación, algunos ejemplos:

SISTEMA MECÁNICO



SISTEMA DE AMORTIGUACIÓN



MODELO DEL SISTEMA

Es el sistema de amortiguación de un automóvil, donde:

B es el coeficiente de amortiguación que depende de la velocidad (*v*)

K es la constante del resorte que depende de la elongación (x)

x_0 = Posición inicial

x_i = Posición final

Leyes de Modelo:

$$F_K = Kx, \qquad F_B = B\frac{dx}{dt}, \qquad F = ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

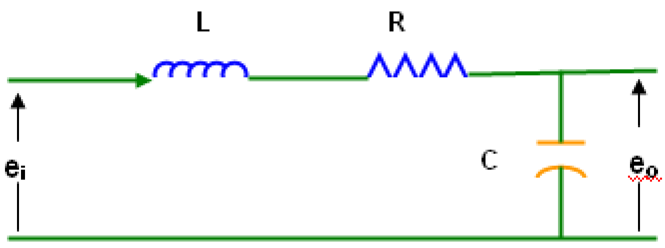
Ecuación dinámica:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+B(\frac{dx_o}{dt}-\frac{dx_i}{dt})+K(x_0-x_i)=0$$

Ecuación diferencial:

$$m\frac{d^2x_0}{dt^2}+B\frac{dx_o}{dt}+Kx_0=B\frac{dx_i}{dt}+Kx_i$$

SISTEMA ELÉCTRICO



Las variables del sistema son:

e_i = Voltaje de entrada

e_o = Voltaje de salida

R = Resistencia

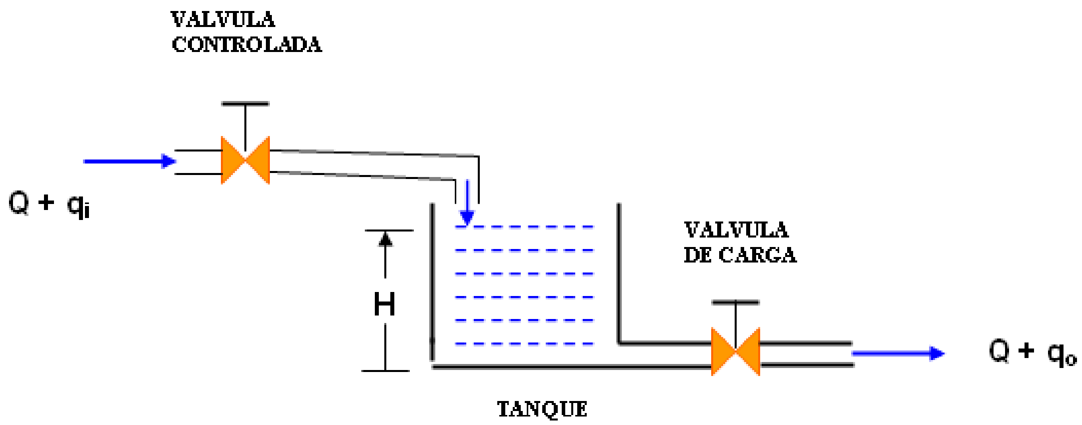
L = Inductancia

C = Capacitancia

Ecuación dinámica (Ecuación diferencial):

$$(1)\quad L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{1}{C}\int idt=e_i,\qquad (2)\quad \frac{1}{C}\int idt=e_o$$

SISTEMA HIDRÁULICO



Variables del sistema:

Q = Caudal estable

q_i = Variación del caudal de entrada

q_o = Variación del caudal de salida

H = Altura estable

h = Variación de la altura

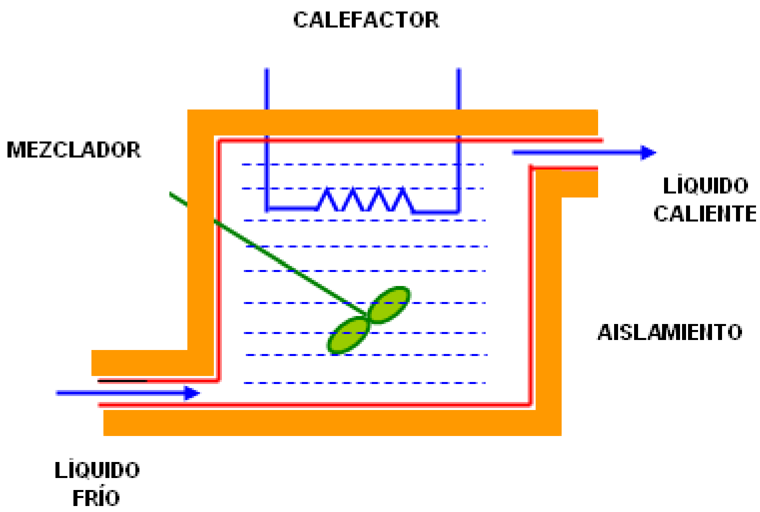
C = Capacitancia del tanque

R = Resistencia hidráulica

Ecuaciones dinámicas (Ecuación diferencial):

$$(1)\quad C\frac{dh}{dt} = q_i - q_o, \qquad (2)\quad RC\frac{dh}{dt} + h = Rq_i, \qquad q_o = \frac{h}{R}$$

SISTEMA TÉRMICO



Variables del sistema:

H = Entrada de calor en estado estable

h = Cambio de calor

θ = Temperatura

Ecuación dinámica (Ecuación diferencial):

$$(1)\quad C\frac{d\theta}{dt} = h_i - h_o, \qquad (2)\quad RC\frac{d\theta}{dt} + \theta = Rh_i, \qquad h_o = \frac{\theta}{R}$$

3 MODELAMIENTO DE SISTEMAS

En este capítulo estudiaremos la Transformada de Laplace aplicándola a resolver una ecuación diferencial que explica el comportamiento la dinámica de un sistema físico, para su análisis correspondiente. Trabajaremos sobre la Función de transferencia de un sistema abierto o cerrado, su Ecuación característica, los polos y la estabilidad del sistema.

3.1 TRANSFORMADA DE LAPLACE

Una de las grandes aplicaciones de la Transformada de Laplace y que se considerará en el curso, es su utilización como método operativo para resolver ecuaciones diferenciales convirtiéndolas en ecuaciones algebraicas. Nos permitirá aplicarlas para predecir el comportamiento de un sistema sin necesidad de resolver las ecuaciones diferenciales del sistema como se hace tradicionalmente.

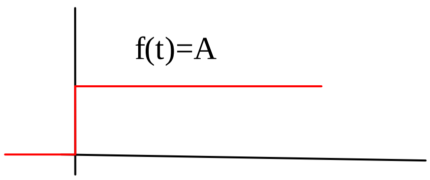
DEFINICIÓN

Sea f(t) un función en el tiempo,

La Transformada de Laplace de f(t) es:

$$\mathcal{L}\,[f(t)] = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

FUNCIÓN ESCALÓN

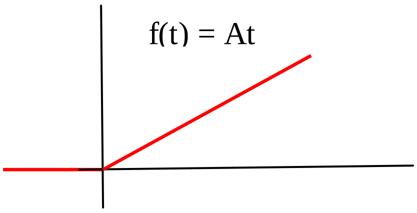


f(t) = A, para t > 0 y f(t) = 0, para t < 0

Aplicando la definición:

$$\mathcal{L}\,[f(t)] = \int_0^\infty Ae^{-st}\,dt = \left.\frac{-Ae^{-st}}{s}\right|_0^\infty = \frac{A}{s} = F(s)$$

FUNCIÓN RAMPA



f(t) = At,   para t > 0   y   f(t) = 0,   para t < 0

$$\mathfrak{L}\,[f(t)] = \int_0^\infty Ate^{-st}dt = \frac{A}{s}\int_0^\infty e^{-st} = \frac{A}{s^2} = F(s)$$

FUNCIÓN EXPONENCIAL

f(t) = Ae^{-at},   para t > 0   y   f(t) = 0,   para t < 0

$$\mathfrak{L}\,[f(t)] = \int_0^\infty Ae^{-at}e^{-st}dt = A\int_0^\infty e^{-(a+s)t} = \frac{A}{s+a} = F(s)$$

FUNCIÓN SENOIDAL

f(t) = Asen(wt),   para t > 0   y   f(t) = 0,   para t < 0

$$\mathfrak{L}\,[f(t)] = \int_0^\infty Asen(wt)e^{-st}dt = A\int_0^\infty sen(wt)e^{-st} = \frac{Aw}{s^2+w^2} = F(s)$$

En general: A una función en el tiempo f(t), se le aplica la Transformada de Laplace y se convierte en una función en s llamada F(s)

Ejemplo:

Hallar la Transformada de Laplace de:

$$f(t) = 3 + 2t + e^{-4t}$$

$\mathcal{L}$ [*f*(*t*)] = $F(s) = \frac{2}{s} + \frac{2}{s^2} + \frac{1}{s+4}$

Ejemplo:

$$f(t) = 2t + e^{3t}$$

$\mathcal{L}$ [*f*(*t*)] = $F(s) = \frac{2}{s^2} + \frac{1}{s-3} = \frac{2s-6+s^2}{s^2(s-3)} = \frac{s^2+2s-6}{s^3-3s^2}$

3.2 TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE

Dada la Transformada de Laplace F(s), la Transformada Inversa de Laplace es f(t). La forma más general de encontrar la transformada inversa es en forma directa o simplificarla en fracciones parciales.

FORMA DIRECTA

Se aplica directamente las fórmulas inversas de la Transformada de Laplace:

Ejemplo:

Hallar la Transformada de Laplace de:

$$F(s) = \frac{2}{s} - \frac{4}{s^2} - \frac{2}{s+3}$$

$\mathcal{L}^{-1}$ [F(s)] = $f(t) = 2 - 4t - 2e^{-3t}$

FRACCIONES PARCIALES

Se trata de descomponer la función F(s) en fracciones parciales más simples y luego aplicar su inversa a cada término.

Ejemplo:

Encontrar la Trasformada inversa de Laplace, esto es, f(t), si:

$$F(s)=\frac{3s+8}{s^2+5s+6}$$

<u>Factorizando:</u>

$$F(s)=\frac{3s+8}{(s+3)(s+2)}=\frac{A}{s+3}+\frac{B}{s+2}$$

<u>Encontrar A y B:</u>

Para A: s= - 3

Reemplazando $\frac{3(-3)+8}{-3+8}=\frac{-1}{-1}=1=A$

Para B: s = - 2

Reemplazando $\frac{3(-2)+8}{-2+8}=\frac{2}{1}=2=B$

<u>Fracciones parciales:</u>

$$F(s)=\frac{1}{s+3}+\frac{2}{s+2}$$

<u>Transformada inversa:</u>

$\mathcal{L}^{-1}$ [F(s)] = $f(t)=e^{-3t}+2e^{-2t}$

Ejemplo:

Encontrar la Trasformada inversa de Laplace, esto es, f(t), si:

$$G(s)=\frac{s+1}{s^3+4s^2+3s}$$

Factorizar:

$$G(s)=\frac{s+1}{s(s+3)(s+1)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+3}+\frac{C}{s+1}$$

Encontrar A, B y C:

Para A: s= 0

Reemplazando $\frac{0+1}{(0+3)(0+1)}=\frac{1}{3}=A$

Para B: s = - 3

Reemplazando $\frac{-3+1}{-3(-3+1)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=B$

Para C: s = - 1

Reemplazando $\frac{-1+1}{-1(-1+3)}=\frac{0}{-2}=0=C$

Fracciones parciales:

$$G(s)=\frac{1/3}{s}-\frac{1/3}{s+3}$$

Transformada inversa:

$\mathcal{L}^{-1}$ [G(s)] = $g(t)=\frac{1}{3}-\frac{1}{3}e^{-3t}$

3.3 DERIVACIÓN E INTEGRACIÓN CON LAPLACE

LAPLACE DE LA DERIVACIÓN

$$\mathcal{L}\left[\frac{d}{dt} f(t)\right] = sF(s) - f(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2}{dt^2} f(t)\right] = s^2F(s) - sf(0) - f^{'}(0)$$

Donde f(0) = f(t) cuando t = 0, y $f^{'}(0) = \frac{d}{dt} f(t) \quad cuando \quad \mathrm{t} = 0$

LAPLACE DE LA INTEGRACIÓN

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{F(s)}{s}$$

3.4 ECUACIONES DIFERENCIALES CON LAPLACE

Ahora aplicaremos la Transformada Directa e Inversa de Laplace para solucionar ecuaciones diferenciales, que es la forma más práctica de interpretar el comportamiento de un sistema dinámico.

Ejemplo:

Encontrar la solución a la ecuación diferencial, si las condiciones iniciales son iguales a cero, esto es: y(0)=0, y'(0)=0

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = 5$$

Aplicar Transformada de Laplace:

$$s^2Y(s) - sy(0) - y'(0) + 3[sY(s) - y(0)] + 2Y(s) = \frac{5}{s}$$

Reemplazando las condiciones iniciales se tiene:

$$s^2Y(s) + 3[sY(s)] + 2Y(s) = \frac{5}{s}$$

<u>Encontrar Y(s), factorizando:</u>

$$Y(s)[s^2 + 3s + 2] = \frac{5}{s}$$

$$Y(s) = \frac{5}{s(s^2 + 3s + 2)}$$

<u>Aplicar Transformada Inversa:</u>

$$Y(s) = \frac{5}{s(s^2 + 3s + 2)} = \frac{5}{s(s+2)(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+1}$$

Para A: s = 0

$$\frac{5}{(0+2)(0+1)} = \frac{5}{2} = A$$

Para B: s = - 2

$$\frac{5}{-2(-2+1)} = \frac{5}{2} = B$$

Para C: s = - 1

$$\frac{5}{-1(-1+2)} = \frac{5}{-1} = -5 = C$$

$$Y(s) = \frac{5/2}{s} + \frac{5/2}{s+2} - \frac{5}{s+1}$$

Por tanto:

$$y(t) = \frac{5}{2} + \frac{5e^{-2t}}{2} - 5e^{-t}$$

Esto quiere decir que para t = 5, el valor de y(t) es:

$$y(t) = \frac{5}{2} + \frac{5e^{-2(5)}}{2} - 5e^{-5} = 2.5 + 2.5e^{-10} - 5e^{-5} = 2.46$$

EJERCICIOS

1) Hallar la Transformada de Laplace de:

   a) $y(t) = 2 - 5t + e^{-3t}$
   b) $x(t) = -1.5 + 0.8t - 0.3e^{0.5t}$

2) Hallar la Transformada inversa de Laplace de:

   a) $X(s) = \dfrac{s+2}{s^2 + 1.8s + 0.8}$
   b) $Y(s) = \dfrac{s+4}{s(s^2 + 3s + 2)}$
   c) $G(s) = \dfrac{2}{s} - \dfrac{5}{s^2} + \dfrac{2}{s+3}$
   d) $H(s) = \dfrac{3}{s} - \dfrac{3}{s-0.5} + \dfrac{4}{s+0.8}$

3) Encontrar la solución de la ecuación diferencial que representa un sistema mecánico, cuyas condiciones iniciales son x'(0)=0, x(0)=0:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2.5\frac{dx}{dt} + 1.5x = 2$$

4) Encontrar la solución de la ecuación diferencial que representa un sistema eléctrico, cuyas condiciones iniciales son i'(0)=0, i(0)=0:

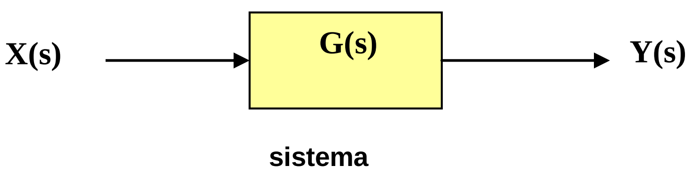
$$0.1\frac{di}{dt} + 2.5i + \frac{1}{0.1}\int idt = 10$$

5) Encontrar la solución de la ecuación diferencial que representa un sistema hidráulico, cuyas condiciones iniciales son h'(0)=0, h(0)=0:

$$2\frac{dh}{dt}+h=1+t$$

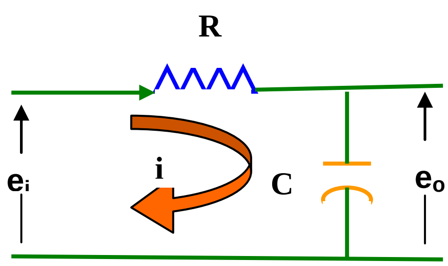
3.5 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

La función de transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial, se define como el cociente de la Transformada de Laplace de la salida y la Transformada de Laplace de la entrada.



$$G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{b_0+b_1s+\ldots+b_ms^m}{a_0+a_1s+\ldots a_ns^n}$$

Ejemplo: Circuito serie RC



a) Entrada: e_i, salida: e_o

b) Para la resistencia

$$e_R=Ri,\quad i=\frac{e_i-e_o}{R}$$

para el condensador

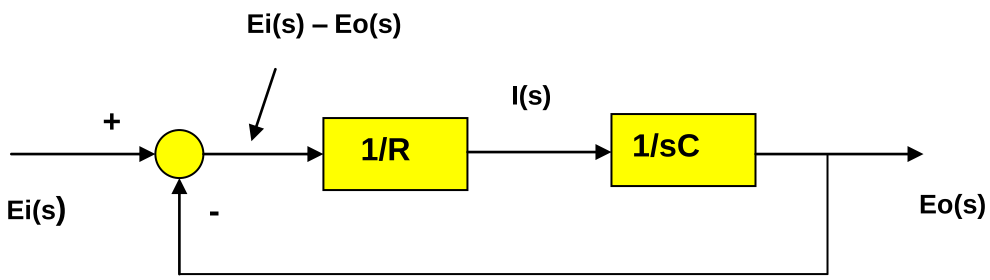
$$e_o=\frac{1}{C}\int idt$$

c) Transformada de Laplace

$$I(s) = \frac{E_i(s) - E_o(s)}{R},$$

$$E_o(s) = \frac{1}{sC} I(s)$$

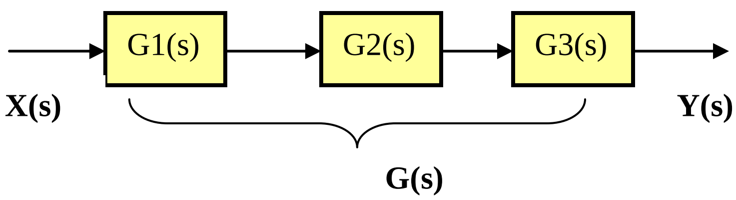
e) Estructura



3.6 TIPOS DE ESTRUCTURAS

Los diagramas de bloques mediante los cuales se estructura un sistema son complejos y son generalmente combinaciones de los siguientes tipos de estructuras:

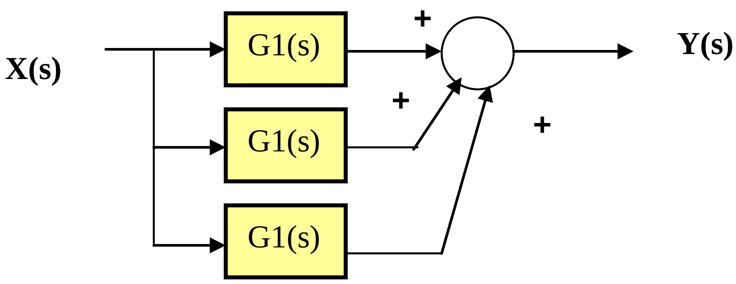
ESTRUCTURA SERIE



G(s) = G1(s)*G2(s)*G3(s)

“En una estructura serie lãs funciones de transferência se multiplican”

ESTRUCTURA PARALELA

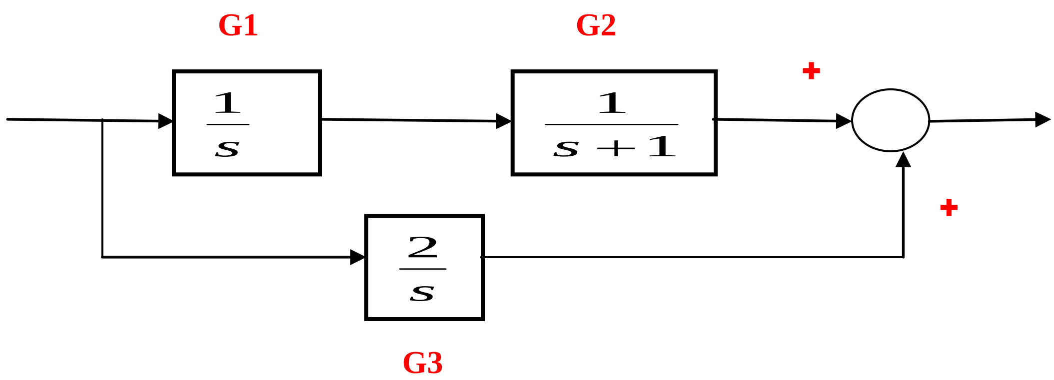


$$\boxed{G(s) = G1(s)+G2(s)+G3(s)}$$

“En una estructura paralela las funciones de transferencia se suman algebraicamente”

Ejemplo:

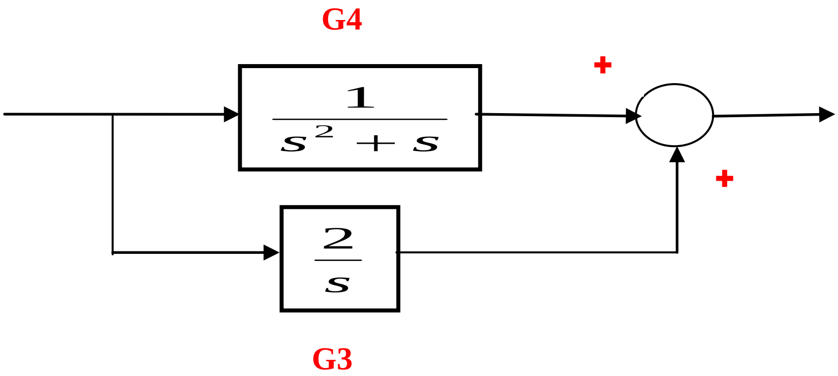
Encontrar la función de transferencia del siguiente diagrama en bloques:



a) G1 y G2 están en serie = G4

$$G4 = G1 * G2 = \left(\frac{1}{s}\right)\left(\frac{1}{s+1}\right) = \frac{1}{s^2+s}$$

El sistema queda simplificado al siguiente esquema:

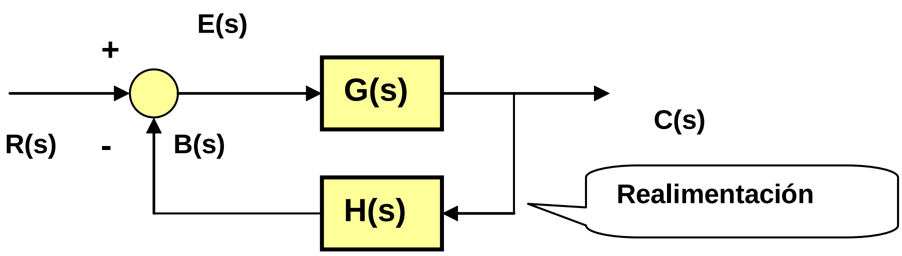


b) Los bloques G4 y G3 están ahora en paralelo = G(s)

$$G(s) = G4 + G3 = \left(\frac{1}{s^2+s}\right) + \left(\frac{2}{s}\right) = \frac{s+2s^2+2s}{s^3+s^2},$$ factorizando y simplificando,

$$G(s) = \frac{2s^2+3s}{s^3+s^2} = \frac{s(2s+3)}{s(s^2+s)}$$ entonces: $$\boxed{G(s) = \frac{2s+3}{s^2+s}}$$

ESTRUCTURA REALIMENTADA



a) Función de transferencia en lazo abierto: Gla

$$\boxed{Gla = \frac{B(s)}{E(s)} = G(s) * H(s)}$$

b) Función de transferencia en lazo cerrado: Glc

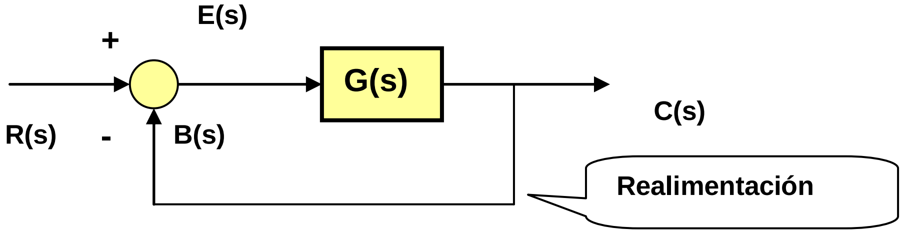
$$Glc = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)*E(s)}{R(s)},\ donde,\ \mathrm{E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - C(s) * H(s)}$$

Reemplazando,

$$C(s) = G(s) * [R(s) - C(s)H(s)] = \mathrm{G(s)} * \mathrm{R(s)} - \mathrm{G(s)} * \mathrm{H(s)C(s)}$$

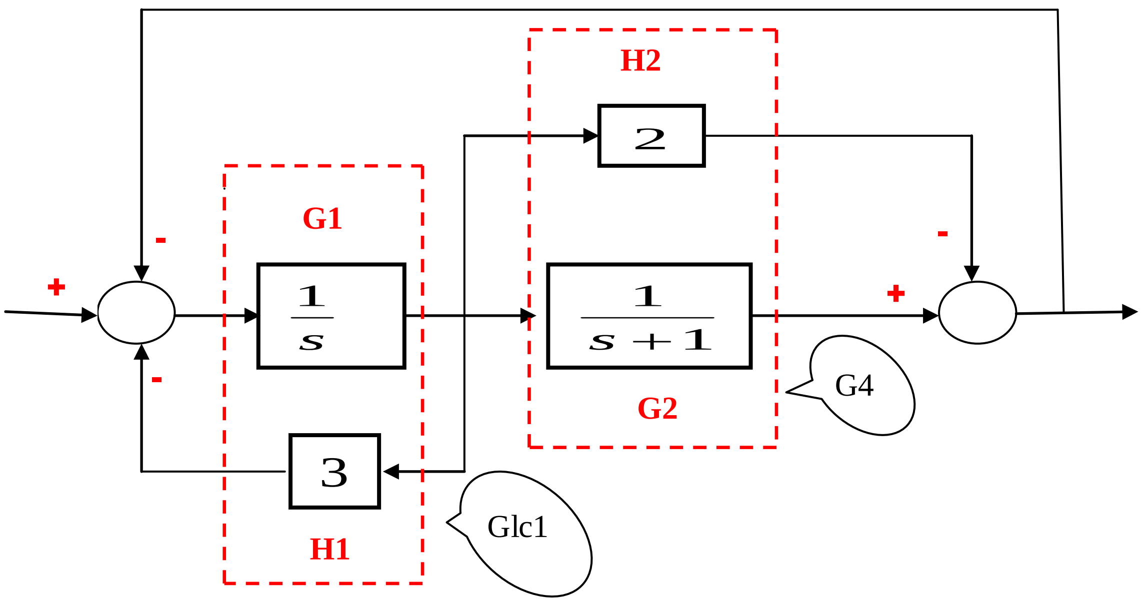
$$\boxed{Glc = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)},}$$

Caso especial:



$$Gla = G(s), \qquad Glc = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}, \ \mathrm{H(s)} = 1$$

Ejemplo:



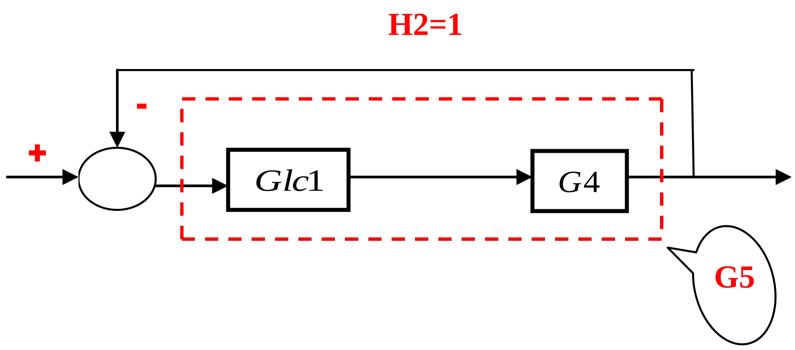
a) G1 y H1 están realimentados = Glc1

$$Glc1=\frac{G1}{1+G1*H1}=\frac{\frac{1}{s}}{1+\left(\frac{1}{s}\right)(3)}=\frac{\frac{1}{s}}{1+\frac{3}{s}}=\frac{\frac{1}{s}}{\frac{s+3}{s}},$$ entonces: $$\boxed{Glc1=\frac{1}{s+3}}$$

b) G3 y G2 están en paralelo = G4

$$G4=G2-G3=\frac{1}{s+1}-2=\frac{1-2s-2}{s+1}=\frac{-2s-1}{s+1},$$ entonces: $$\boxed{G4=\frac{-2s-1}{s+1}}$$

El sistema queda simplificado de esta forma:



c) Glc1 y G4 están en serie = G5

$$G5=Glc1*G4=\left(\frac{1}{s+3}\right)*\left(\frac{-2s-1}{s+1}\right)=\frac{-2s-1}{s^2+4s+3},$$

$$\boxed{G5=\frac{-2s-1}{s^2+4s+3}}$$

d) G5 y H2 están realimentados = Glc2

$$Glc2=\frac{G5}{1+G5*H2}=\frac{\frac{-2s-1}{s^2+4s+3}}{1+\left(\frac{-2s-1}{s^2+4s+3}\right)*(1)}=\frac{\frac{-2s-1}{s^2+4s+3}}{\frac{s^2+4s+3-2s-1}{s^2+4s+3}}=\frac{-2s-1}{s^2+2s+2}$$

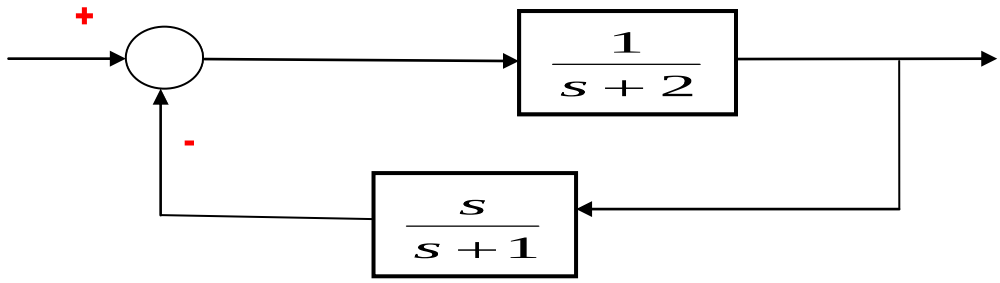
La función de transferencia del sistema es entonces:

$$\boxed{G(s)=\frac{-2s-1}{s^2+2s+2}}$$

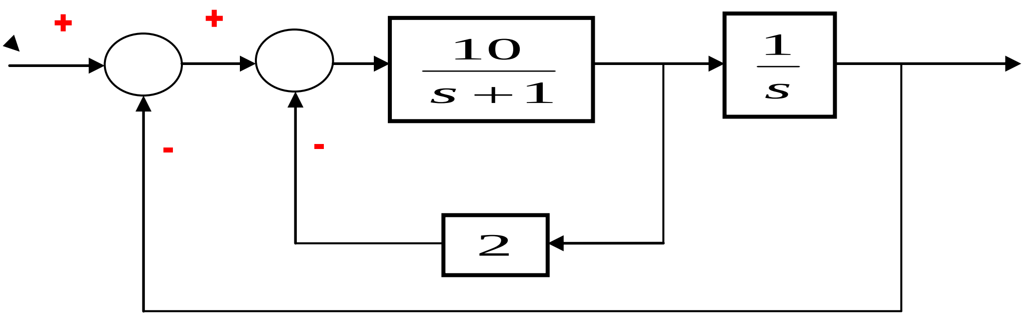
Ejercicios:

Hallar las funciones de transferencia de los sistemas:

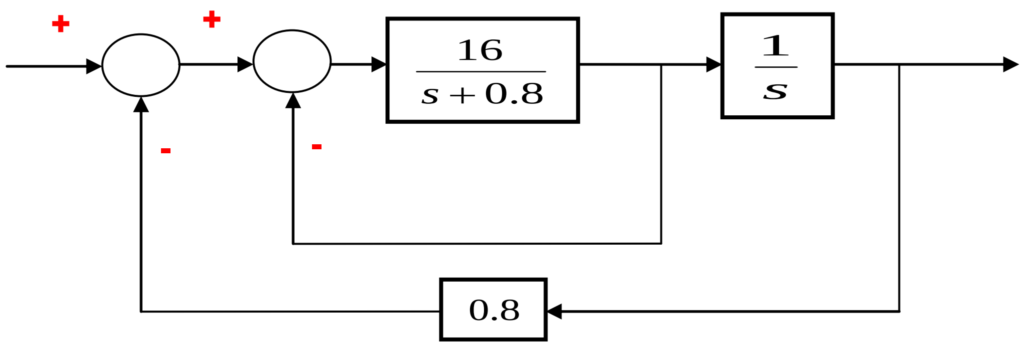
a)



b)



c)



4. INTRODUCCIÓN A MATLAB

INTRODUCCIÓN

La integración de las Tecnologías de Información y comunicación (TIC) en las asignaturas de un currículo puede realizarse de varias formas. Una de ellas es el uso de las simulaciones. Estas se han convertido en una excelente herramienta para mejorar la compresión y el aprendizaje en áreas como las matemáticas, física, estadística, finanzas, etc. La simulación permite probar, analizar y descubrir cómo funciona o cómo se comporta un fenómeno.

Matlab es un programa interactivo de cálculo numérico y de visualización de datos basado en software de matrices, en un entorno de desarrollo totalmente integrado y orientado a proyectos que requieren un elevado cálculo numérico y visualización gráfica.

En las universidades Matlab se ha convertido en una herramienta básica tanto para estudiantes, como para docentes e investigadores por su amplio abanico de programas especializados llamados Toolboxes que cubren casi todas las áreas del conocimiento. Dispone de un programa SIMULINK que es un entorno gráfico interactivo con el que se puede analizar, modelar y simular sistemas.

5.1 VARIABLES Y FUNCIONES

OPERADORES

Una variable se crea por asignación. Los operadores básicos son:

x +y	Suma
x – y	Diferencia
x * y	Producto
x / y	División
x ^y	Potencia

Ejemplos:

En la ventana de comandos de Matlab, ejecutar:

```
>> v = 3
>> x = v + 6
>> y = v ^5 / 4
>> x = 2*3^5 + (5-3)* 8
```

VECTORES

Un *vector fila* de n elementos se puede representar de dos formas:

```
V = [v1,v2,v3,…..vn]   % con coma entre ellos, o
V = [v1 v2 v3 …..vn]   % con espacios entre ellos
```

Ejemplo:

Vector = [1 1.2 3.4 4/5 2.25]

Un vector se puede representar sin necesidad de explicitar todos los elementos, así:

EXPRESIÓN MATLAB	SIGNIFICADO
Vector = [a : b]	a y b son el primero y último elemento. Los elementos intermedios se diferencian en una unidad
Vector = [a : s : b]	a y b son el primero y último elemento. Los elementos intermedios se diferencian en la cantidad s
Vector = linespace[a,b,n]	a y b son el primero y último elemento. Hay n elementos uniformemente espaciados entre sí
Vector = logespace[a,b,n]	a y b son el primero y último elemento. Hay n elementos logarítmicamente espaciados entre sí

Ejemplos:

```
>>Vector1 = [5:5:30]         % elementos de 5 a 30 en pasos de 5
Vector1 = 5   10   15   20   25   30

>>Vector2 = [5:10]
Vector2 = 5  6  7  8  9  10  % elementos de 5 a 10 en pasos de 1 (por defecto)
```

Un *vector columna* se representa con sus elementos separados por punto y coma.

Ejemplo:

```
>>Vector = [2; 3; 2.5; 4.5; 8]

Vector =
        2
        3
        2.5
        4.5
        8
```

MATRICES

Las matrices se representan en Matlab introduciendo entre corchetes los vectores fila separados por punto y coma.

Ejemplo:

```
>>A = [1 3 5; 4 7 9; 4 2 10]
A =

        1   3   5
        4   7   9
        4   2   10
```

Algunas definiciones de variables matriciales:

A(m,n)	Define el elemento (m,n) de la matriz A
B = A’	Define la transpuesta de A
A(a:b,c:d)	Define una submatriz formada por las filas que hay entre la a-ésima y la b-ésima y por las columnas que hay entre la c-ésima y la d-ésima
A(:,c:d)	Submatriz formada por las filas de A y las columnas que hay entre la c-ésima y d-ésima
A(a:b,:)	Submatriz formada por las columnas de A y las filas que hay entre la a-ésima y b-ésima
size(A)	Devuelve el tamño u orden de la matriz A

Ejemplos:

```
>> A(2,3)
        ans =
                9
>> B = A'
```

```
B =

     1     4     4
     3     7     2
     5     9    10

>> eye(3)

ans =

     1     0     0
     0     1     0
     0     0     1

>> C=B(:,2:3)

C =

     4     4
     7     2
     9    10

>> D = B(1:2,:)

D =

     1     4     4
     3     7     2

>> size(D)

ans =

     2     3
```

FUNCIONES

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS	
Directas	**Inversas**
sin(x)	asin(x)
cos(x)	acos(x)
tan(x)	atan(x)
csc(x)	acsc(x)
sec(x)	asec(x)
cot(x)	acot(x)
FUNCIONES HIPERBÓLICAS	
sinh(x)	asinh(x)
cosh(x)	acosh(x)
tanh(x)	atanh(x)

csch(x)	acsch(x)
sech(x)	asech(x)
coth(x)	acoth(x)
FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS	
exp(x)	Función exponencial base e
log10(x)	Logaritmo decimal
log(x)	Logaritmo natural
sqrt(x)	Raíz cuadrada
abs(x)	Valor absoluto
NÚMEROS COMPLEJOS	
abs(z)	Módulo del complejo z
angle(z)	Argumento del complejo z
conj(z)	Conjugado del complejo z
real(z)	Parte real del complejo z
imag(z)	Parte imaginaria del complejo z
factorial(n)	n! = n(n-1)(n-2)(n-3)…..3.2.1

Ejemplos:

Calcular las siguientes expresiones en Matlab

a) $y = e^{\sqrt{x^2+2x-5}}$ para x = 2.5

```
>> y = exp(sqrt(x^2+2*x-5))
```

b) y = 2sen(5x) + 3cos(2x) para x = 30º

```
>> x = 30*pi/180
>> y = 2*sin(5*x) + 3*cos(2*x)
```

c) y = $\log\sqrt[3]{x+5}$ + $\ln(x^2)$

```
>> y = log10(x + 5)^(1/3) + log(x^2)
```

d) Para el número complejo z = 4.5 + j 5.6 hallar el módulo y argumento

```
>> z = 4.5 + 5.6i
>> mag = abs(z)     % módulo
>> ang = angle(z)   % argumento
>> ang = ang*180/pi          % argumento en grados
```

5.2 POLINOMIOS

Los comandos usados por Matlab para trabajar con polinomios son:

p = poly(r)	Da los coeficientes del polinomio P cuyas raíces son el vector r
y = polyval(p,x)	Evalúa el polinomio p en el valor de x
r = roots(c)	Encuentra las raíces del polinomio c
p = polyfit(x,y,n)	Polinomio de orden n que ajusta los puntos (x,y)
s = solve('ecuacion1','ecuacion2')	Resuelve las ecuaciones
d = det(A)	Calcula determinante de A

Ejemplos:

a) >> p=poly([2 3 4])

```
p =
     1    -9    26   -24
```

% El polinomio es $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$

b) Para x = 2.5 calcular $y = x^4 - 3x^2 + 5x - 2.8$

```
>> x = 2.5;
>> p = [1 0 -3 5 -2.8];
>> y = polyval(p,x)
y =

   30.0125
```

c) Encontrar las raíces de: $x^5 - 3x^3 + x^2 - 5x + 2$

```
>> c = [1 0 -3 1 -5  2];
>> r = roots(c)

r =
  -2.1716
   1.8905
  -0.0575 + 1.1076i
  -0.0575 - 1.1076i
   0.3960
```

d) Calcular el polinomio interpolador de segundo orden que pasa por los puntos (-1,4), (0,2) y (1,6)

```
>> x = [-1,0,1]; y = [4,2,6];
>> p = polyfit(x,y,2)

p =
   3.0000    1.0000    2.0000
```

El polinomio interpolador que más se ajusta es $3x^2 + x + 2$

e) Calcular $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} = 4$

```
>> s = solve('sqrt(1-x)+sqrt(1+x)=4')

s =
  4*i*3^(1/2)
 -4*i*3^(1/2)
```

f) Resolver el sistema de ecuaciones:

$$2x + 3y = 5$$
$$x - 2y = -2$$

```
>> [x,y] = solve('2*x + 3*y = 5','x - 2*y = -2')

%  x = 4/7,  y =  9/7
```

g) Calcular el determinante de la matriz: $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & 5 \\ -1 & 3 & 6 \end{bmatrix}$

```
>> A = [2 4 -1;3 -2 5;-1 3 6];
>> d = det(A)

%  d =  -153
```

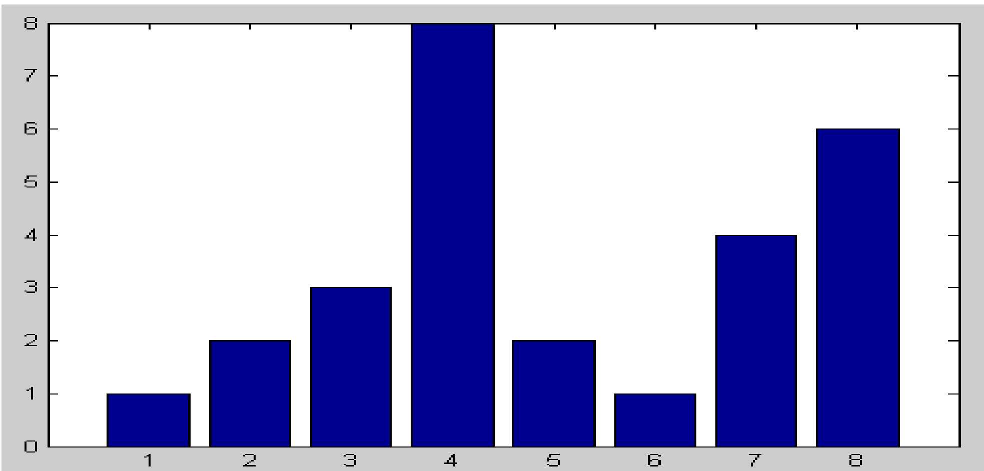
5.3 REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Matlab ofrece diversas formas de representación gráfica.

COMANDO MATLAB	DESCRIPCIÓN
bar(y)	Gráfica de barras relativo al vector y
bar(x,y)	Gráfica de barras al vector y; x define el eje x
barh(….)	Gráfica de barras horizontales
bar(….;'color')	Color = r, g, y, c, m, k
bar(y,'estilo')	Estilo=grouped (agrupado), stacked (anidado)
bar3(y,…)	Barras en tres dimensiones
plot(x,y)	Grafica y en función de x
plot(x,y,'bo')	Grafica y en función de x on color y caracter
fplot('f',[x1 x2],'y*')	Grafica función f entre x1 y x2
fplot('[f1,f2,..]',[x1 x2])	Grafica las funciones en el intervalo dado
tittle('texto')	Título de la gráfica
xlabel('texto'), ylabel('texto')	Rótulos en el eje x y en el eje y
grid	Pone rejilla en la gráfica
axis([x1 x2 y1 y2])	Define límite de los ejes
legend('rotulo1','rotulo2',….)	Coloca legenda en la gráfica
text(x,y,'texto')	Coloca texto en coordenadas (x,y)
subplot(m,n,p)	Subgráficas de m filas, n columnas

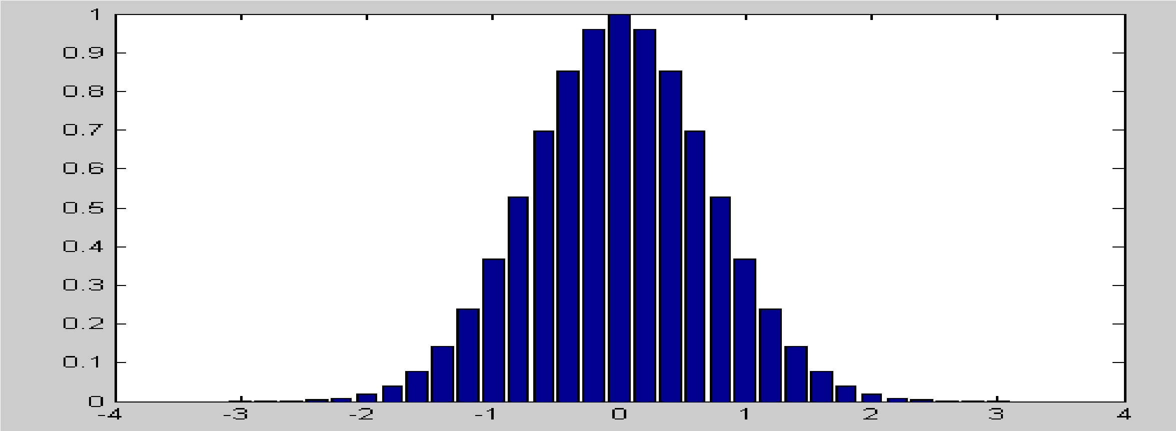
Ejemplos:

a) >> y=[1 2 3 8 2 1 4 6];
>> bar(y)

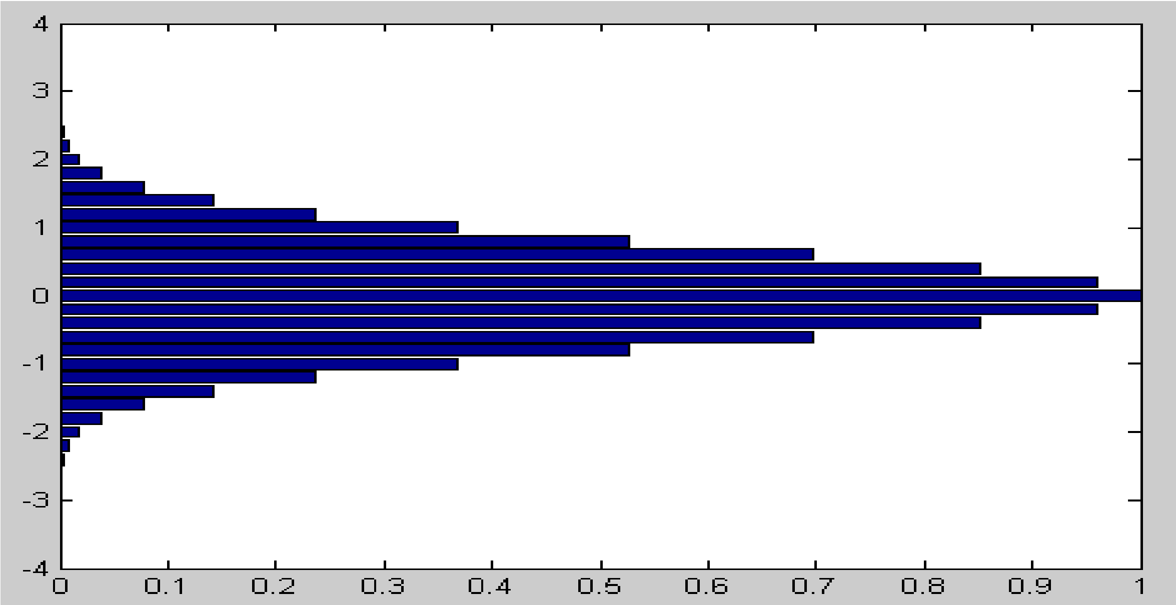


b) gráfico de barras para la función y = e^{-x*x} cuando x varía de -3 a 3

```
>> x = -3:0.2:3;
>> y = exp(-x.*x);
>> bar(x,y)
```



c) barh(x,y)



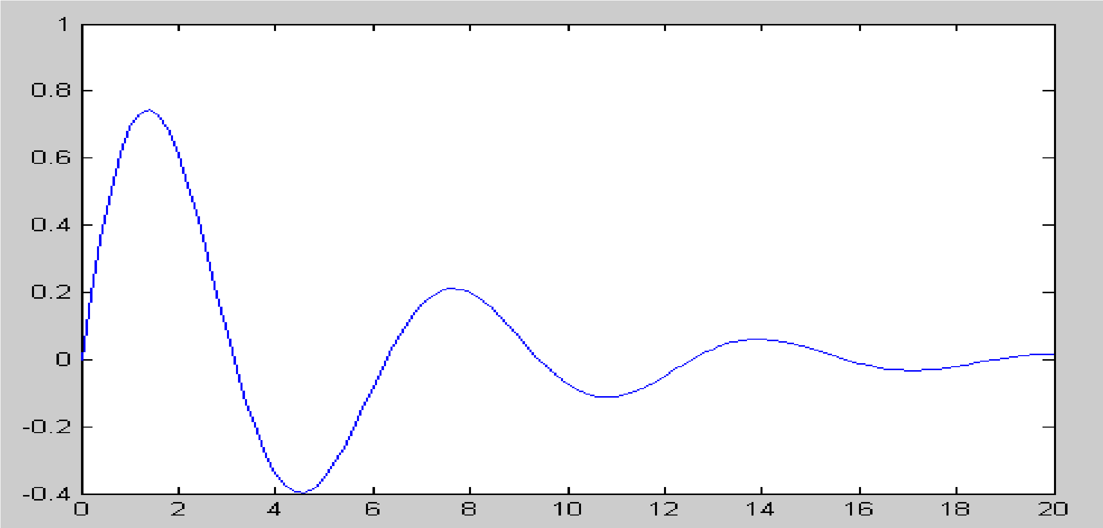
d) Ejecutar
>> bar(x,y,'g')

e) y =

10	8	6
2	5	8
6	0	9
5	8	7
9	4	2

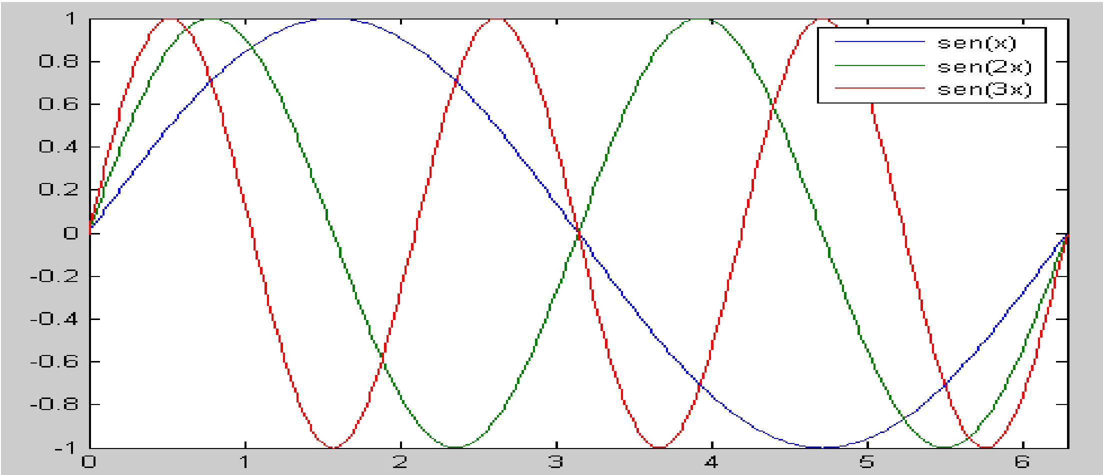
Ejecutar >> bar(y,'grouped')
>> bar(y,'stacked')
>> bar3(y,'stacked')

f) Ejecutar >> x = 0:0.2:20;
>> y = sin(x).*exp(-0.2*x);
>> plot(x,y)



>> plot(x,y,’r*’)

g) Ejecutar >> fplot('[sin(x), sin(2*x), sin(3*x)]',[0,2*pi])
>> legend('sen(x)','sen(2x)','sen(3x)')



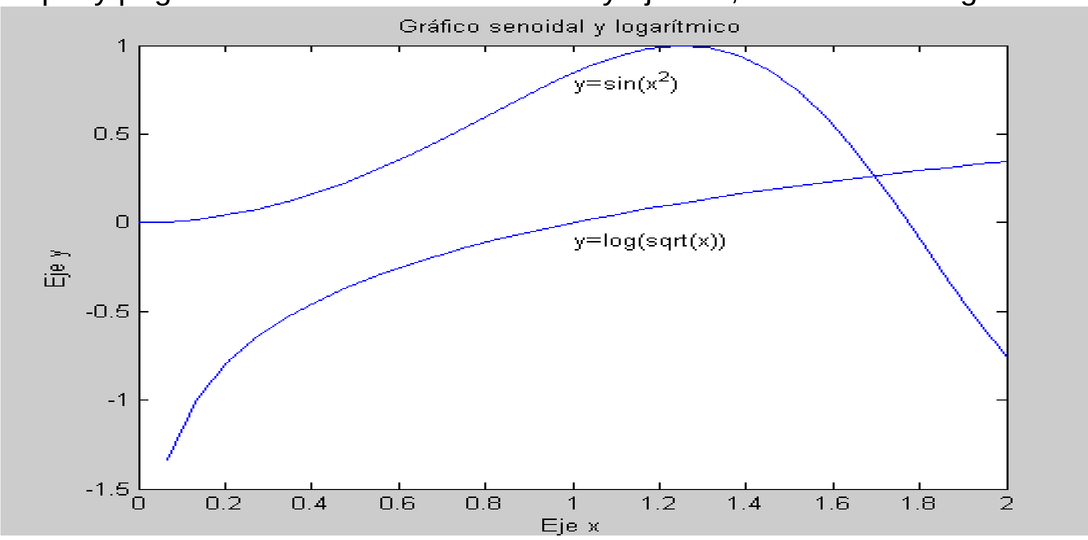
h) Ejecutar en la ventana de edición el programa:

```
x=linspace(0,2,30);
y=sin(x.^2);
plot(x,y)
text(1,0.8,'y=sin(x^2)');
hold on
z=log(sqrt(x));
plot(x,z)
text(1,-0.1,'y=log(sqrt(x))')
xlabel('Eje x')
```

ylabel('Eje y')

title('Gráfico senoidal y logarítmico')

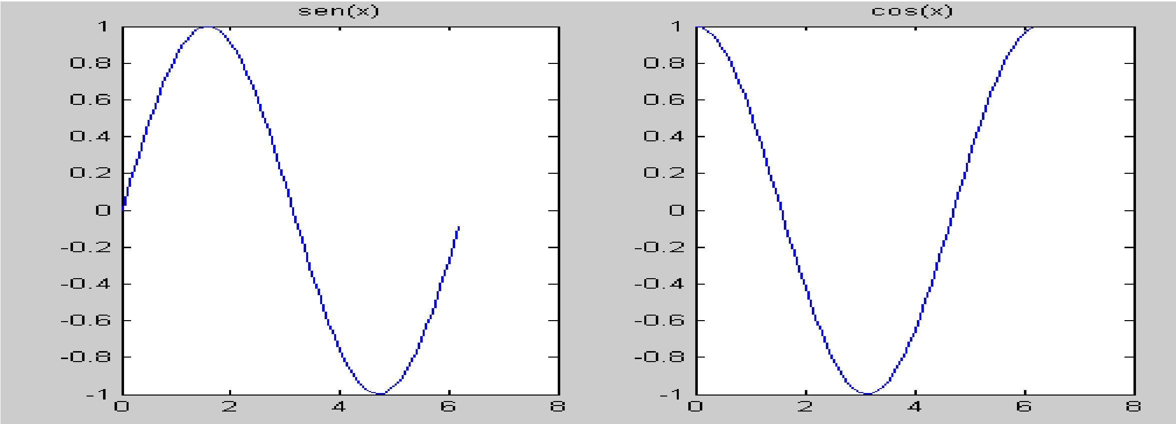
Copie y pegue en la ventana de comando y ejecute, se obtendrá la gráfica:



Ejemplos:

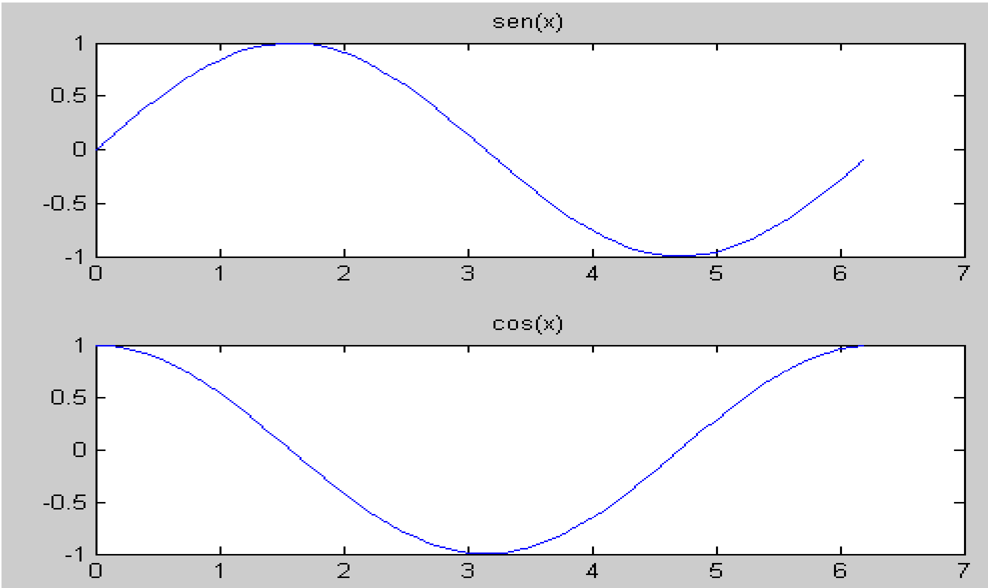
a) Graficar en dos subgráficas una fila y dos columnas:

```
x = [0:0.1:2*pi];
y = sin(x);
z = cos(x);
subplot(121);
plot(x,y)
title('sen(x)')
subplot(122);
plot(x,z)
title('cos(x)')
```



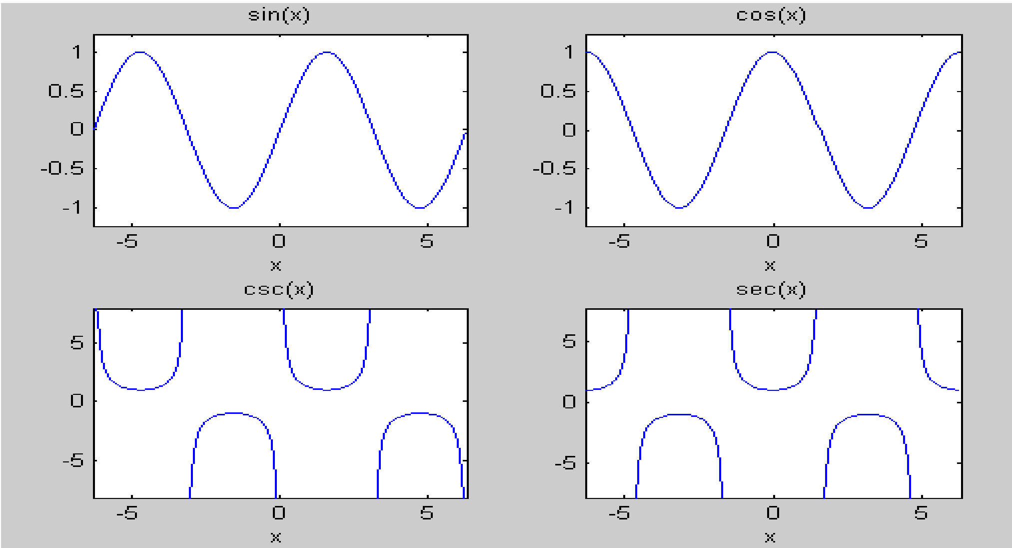
b) Graficar en dos subgráficas dos fila y una columna:

```
x = [0:0.1:2*pi];
y = sin(x);
z = cos(x);
subplot(211);
plot(x,y)
title('sen(x)')
hold on
subplot(212);
plot(x,z)
title('cos(x)')
```



c) Graficar en cuatro subgráficas dos filas y dos columnas:

```
subplot (221);
ezplot('sin(x)',[-2*pi 2*pi]);
subplot (222);
ezplot('cos(x)',[-2*pi 2*pi]);
subplot (223);
ezplot('csc(x)',[-2*pi 2*pi]);
subplot (224);
ezplot('sec(x)',[-2*pi 2*pi]);
```



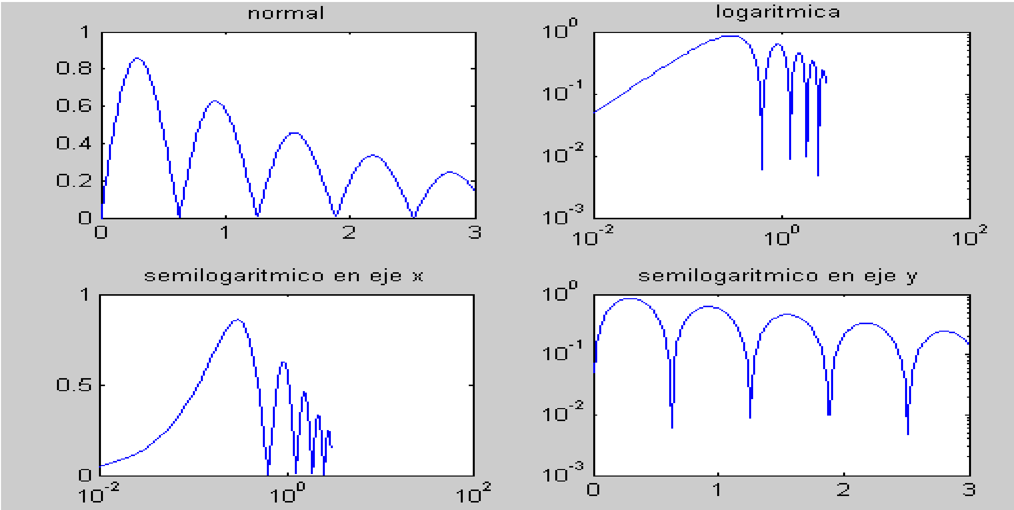
d) Graficar en diferentes escalas

```
x = 0:0.01:3;
y = abs(exp(-0.5*x).*sin(5*x));
subplot(221);
plot(x,y)
title('normal')
hold on
subplot(222)
loglog(x,y)
title('logaritmica')
subplot(223)
semilogx(x,y)
title('semilogaritmico en eje x')
subplot(224)
```

Ceduvirt

semilogy(x,y)

title('semilogaritmico en eje y')



5.4. CÁLCULO NUMÉRICO

LÍMITES

OPERACIÓN MATEMÁTICA	COMANDO MATLAB
$\lim_{x \to 0} f(x)$	limit(f,x,0)
$\lim_{x \to a} f(x)$	limit (f, x, a) o limit (f, a)
$\lim_{x \to a^-} f(x)$	limit (f,x,a, 'left')
$\lim_{x \to a^+} f(x)$	limit (f,x,a, 'right')

Ejemplos:

a) Hallar f ´(x) = $\lim_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ si f(x) = cos(x)

syms h n x
limit $\left((\cos(x+h) - \cos(x))/h, h, 0\right)$

ans =
-sin(x)

b) Hallar el límite de la sucesión: $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{-3+2n}{-7+3n} \right)^4$

>> limit (((2*n-3)/(3*n-7))^4, inf)

ans =
16/81

c) Hallar $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{x}{|x|}$

>> limit $(x/abs(x),x,0,`left`)$

ans = -1

d) Hallar $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{x}{|x|}$

>> limit $(x/abs(x),x,0,`right`)$

ans = 1

e) >> limit $(x/abs(x),x,0)$

ans =
NaN (not number)
(no existe)

Ejemplos:

Hallar el límite de las funciones:

a) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x-\sqrt{2+x}}{-3+\sqrt{1+4x}}$,

b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen[(ax)]^2}{x^2}$

>> syms x a

>> limit((x-(2+x)^(1/2))/(-3+(1+4*x)^(1/2)),2)

ans = 9/8

>> limit(sin(a*x)^2/x^2,x,0)

ans = a^2

DERIVADAS

OPERACIÓN MATEMÁTICA	COMANDO MATLAB
$\frac{\partial f}{\partial x}$	diff(x) o diff(f,x)
$\frac{\partial f}{\partial t}$	diff(f,t)
$\frac{\partial^n f}{\partial b^n}$	diff(f,b,n)

Ejemplos:

a) Hallar la derivada con respecto a x de f(x) = sen(5x)

>> syms x

>> f = sin$(5*x)$

>> diff (f)

ans = 5$*$cos $(5*x)$

b) $g(x) = e^x \cos(x)$

>> g = exp(x) $*$ cos(x)

>> diff (g)

ans = exp(x)*cos(x)-exp(x)*sin(x)

En estos ejemplos, Matlab simplifica la, en otros cosas, se debe usar el comando: *simplify*

Para una constante también se debe definir como simbólica:

Ejemplo: diff (5)
ans = [ ]

c = sym('5')

diff(c)
ans = 0

Ejemplos:

a) Hallar la derivada de la función f(t) = sen(st): $\frac{\partial f}{\partial t}$

```
>> syms  s   t
>> f = sin(s*t)
>> diff(f,t)
ans = cos(s*t)*s
```

b) Hallar la derivada con respecto a s: $\frac{\partial f}{\partial s}$

```
>> diff(f,s)
ans = cos(s*t)*t
```

c) Hallar la segunda derivada de f con respecto a t: $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$

```
>> diff(f,t,2)
ans = -sin(s*t)*s^2
```

d) Hallar la derivada con respecto a x de: $f = x^n$

```
>> f = x ^ n
>> F = diff(f)
F = x ^ n * n / x
>> simplifity (F)
 = x ^ (n-1) * n
```

e) f(x) = log(sen(2x))

```
>> syms x
>> diff(log(sin(2*x)))
ans = 2*cos(2*x)/sin(2*x)
```

Ejemplos:

f(x,y) = sen(xy)+cos(xy^2)

Calcular:

a) $\frac{\partial f}{\partial x}$

```
>> syms x y
>> f = sin(x*y)+cos(x*y^2)
>> diff(f,x)
ans = cos(x*y)*y-sin(x*y^2)*y^2
```

b) $\frac{\partial f}{\partial y}$

```
>> diff(f,y)
ans = cos(x*y)*x-2*sin(x*y^2)*x*y
```

c) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$

```
>> diff(diff(f,x),x)
ans = -sin(x*y)*y^2-cos(x*y^2)*y^4
```

d) $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

```
>> diff(diff(f,y),y)
ans = -sin(x*y)*x^2-4*cos(x*y^2)*x^2*y^2-2*sin(x*y^2)*x
```

e) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$

```
>> diff(diff(f,x),y)
ans = -sin(x*y)*x*y+cos(x*y)-2*cos(x*y^2)*x*y^3-2*sin(x*y^2)*y
```

4.3 INTEGRALES

OPERACIÓN MATEMÁTICA	COMANDO MATLAB
$\int f \ dx$	int (f) integral indefinida o int (f,x)
$\int_a^b f(x)dx$	int (f,x,a,b) integral definida o int (f,a,b)
$\iint f(x)dx$	Int(int(f,x)) Integral doble
$\iint f(x,y)dxdy$	Int(int(f(x,y),x),y)
$\int_a^b \int_c^d f(x,y)dxdy$	Int(int(f(x,y),x,a,b),y,c,d))

Ejemplos:

a) Hallar la integral de $\int x^n dx$

```
>> int (x^n)
ans = x^(n+1)/(n+1)
```

```
b) >> int(y ^(-1))
ans =  log(y)
```

```
c) >> int(1/(a+u^2))
ans = 1/a^(1/2)*atan(u/a^(1/2))
```

```
d) >> f = sin(a*teta+b)
   >> int(f)
ans = -1/a∗cos(a∗teta + b)
```

e) $\int_0^\infty \exp(-x^\wedge 2)dx \Rightarrow$

```
>> int (exp(-x^2), x , 0, inf)
ans =1/2∗pi^(1/2)
```

f) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax2} dx$

>> syms a positive

>> syms x

>> f = exp (-a$*x$^2);

>> int (f,x,-inf,inf)

ans = 1/a^(1/2)$*$ pi ^ (1/2)

Ejemplos:

a) $\int a \ln(bx) dx$

>> syms a b x

>> int(a*log(b*x),x)

Ans = a*x*log(b*x)-a*x

b) $\iint a \ln(xy) dxdy$

>> int(int(a*log(x*y),x),y)

ans = a*y*x*log(x*y)-2*a*x*y

c) $\int_{0}^{1} a \ln(xy) dx$

>> int(a*log(x*y),x,0,1)

ans = a*log(y)-a

d) $\int_{0}^{1} \int_{2}^{3} a \ln(xy) dxdy$

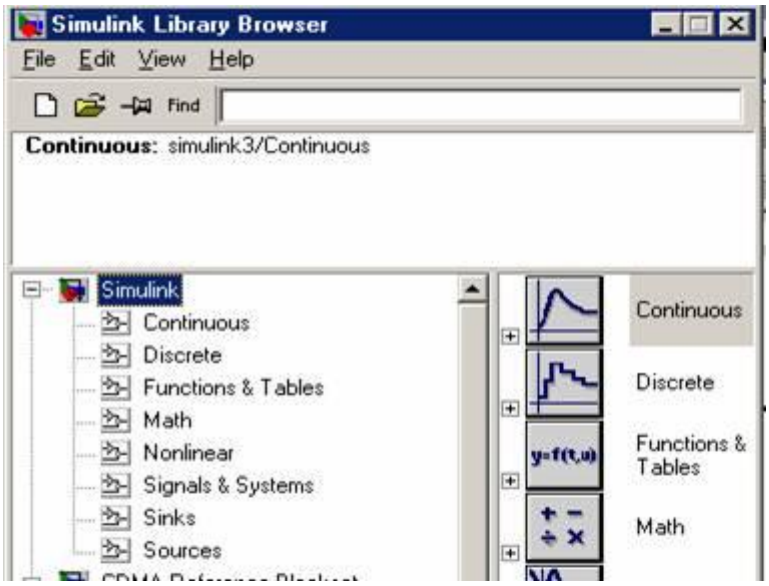
>> int(int(a*log(x*y),x,2,3),y,0,1)

ans = 3*a*log(3)-2*a-2*a*log(2)

5. SIMULACIÓN DE SISTEMAS - SIMULINK

5.1 INTRODUCCIÓN

Simulink es una extensión de Matlab utilizado en el modelamiento y simulación de sistemas. Para arrancar Simulink se puede hacer desde el prompt de Matlab digitando el comando >>Simulink o utilizando el icono . Se abre la ventana Simulink Library Browser como se indica abajo y se puede diagramar un nuevo modelo activando el botón New Model , o sea el icono o de File □ New□Model

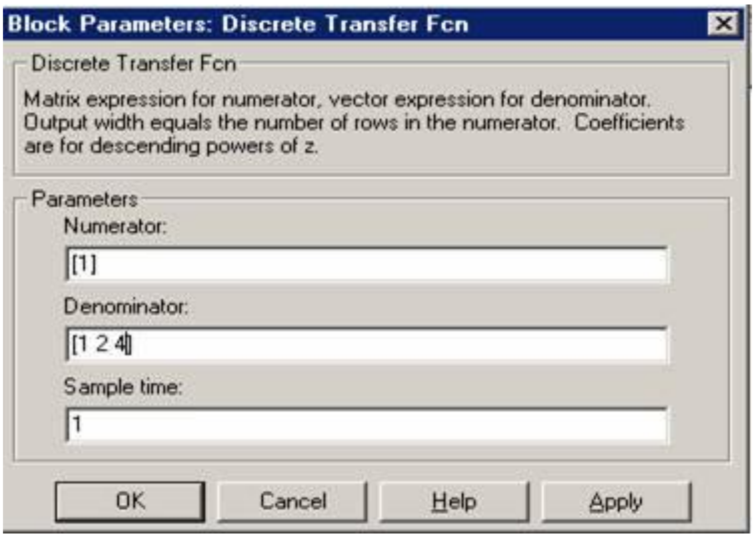


Un modelo es un conjunto de bloques que representa un sistema y como archivo tiene extensión *.mdl

5.2 ELEMENTOS BÁSICOS

Los elementos básicos son líneas y bloques. Los bloques están agrupados en: Sources, Links, Discrete, Continuos, Math, etc., tal como aparecen en la ventana anterior. Cada bloque tiene entradas y salida para realizar su interconexión. Por ejemplo, haga clic en Discrete y luego clic en Discrete

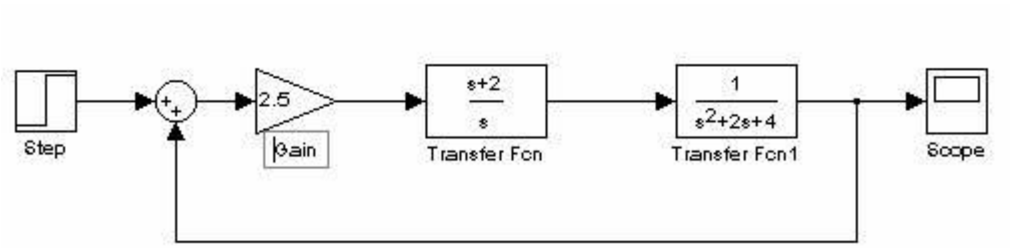
Transfer Fcn y arrastre el bloque a la ventana en blanco. Si quiere modificar la función de transferencia del bloque haga doble clic en él y digite los coeficientes del numerador y denominador en la nueva ventana que aparece. Para la función $1/(z^2 + 2z + 4)$ con tiempo de muestreo de 1 seg, quedaría:



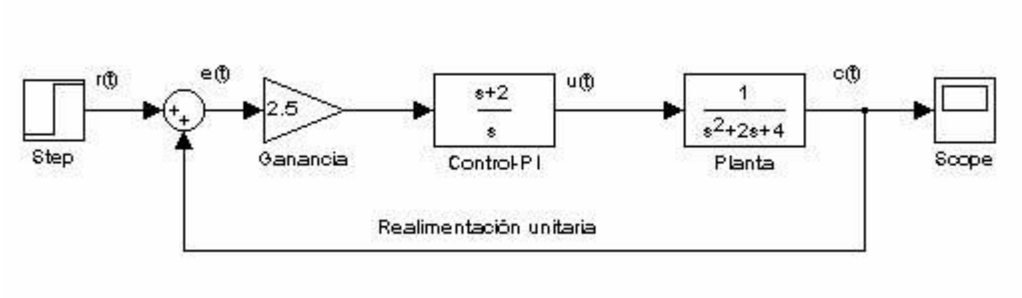
5.3 SISTEMAS DE CONTROL

Realizar el diagrama en bloques del siguiente sistema de control:

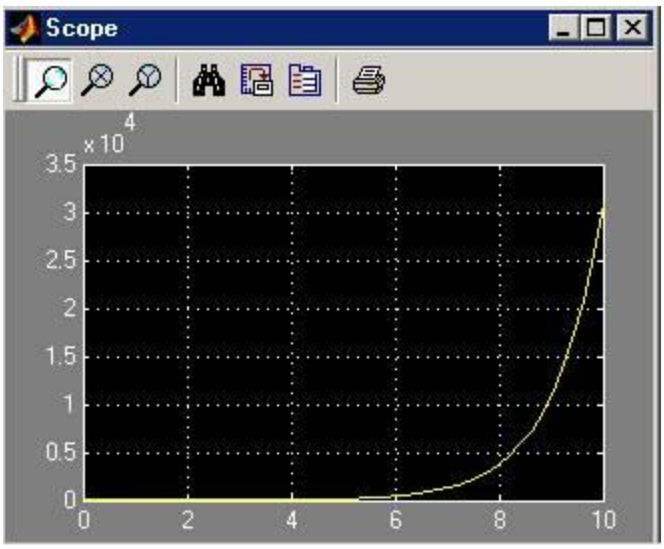
Lo primero es arrastrar los bloques a la página en blanco de forma que, Step es la función paso o escalón que se obtiene de Sources, Scope es el osciloscopio que se obtiene de Sinks, Transfer Fcn se obtiene de Continuos, Sum y Gain se obtienen de Math. Modifique los bloques dando doble clic sobre cada uno de ellos para cambiar sus parámetros o valores e interconéctelos.



Lo segundo es cambiar los nombres a los bloques y asignar las variables o señales haciendo doble clic en el lugar en que se van a colocar y salvar el modelo especificándole un nombre, por ejemplo ejem1.mdl



Por último se debe simular el sistema. Para ello se configura la señal de entrada, en este caso la función paso. Dar doble clic y asignar los siguientes parámetros: Step time=0, Inicial value=0, Final value=1, Sample time=0. Para simular el sistema de control se escoge del menú Simulation □ Start o el icono .y luego se hace doble clic en Scope para ver su respuesta o salida del sistema. Para observar además la entrada se puede colocar otro Scope a la salida de Step y se puede probar para varios pasos variando su amplitud, tiempo de inicio y tiempo de iniciación del paso. Para observar mejor la respuesta se usa el botón Autoscale (binoculares ) de la ventana del Scope. Si quiere observar mejor la respuesta o parte de ella se pueden cambiar los parámetros de simulación, Simulation→ Simulation parameters. Por ejemplo cambiar el *Start time* y el *Stop time* y correr nuevamente la simulación.

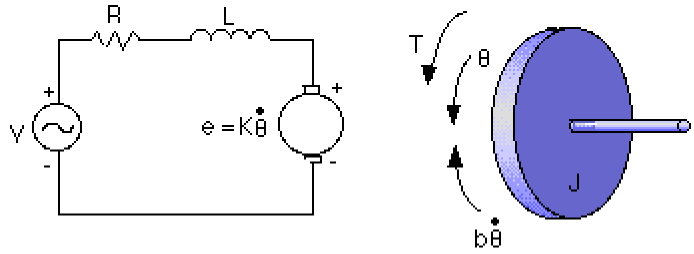


5.4 MODELANDO UN MOTOR DC

Un actuador común en sistemas de control es el motor DC. Provee directamente movimiento rotatorio y acoplado con poleas o correas puede proveer movimiento transnacional.

ECUACIONES DINÁMICAS

El circuito eléctrico de la armadura y el diagrama de cuerpo libre del rotor es mostrado en la figura con sus ecuaciones dinámicas.



(1) Leyes de Newton

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = T - b\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{J}\left(k_t i - b\frac{d\theta}{dt}\right), \quad \text{debido a que}, T = k_t i$$

(2) Leyes de Kirchhoffs

$$L\frac{di}{dt} = -Ri + V - e \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{L}\left(-Ri + V - k_e\frac{d\theta}{dt}\right), \quad \text{debido a que}, e = k_e\frac{d\theta}{dt}$$

Los parámetros físicos tienen los siguiente valores :

Momento de inercia del rotor : J = 0.01kg.m^2/sg^2

Rata de amortiguamiento del sistema mecánico: b = 0.1 N.m.sg

Constante de la fuerza electromotriz: Ke = Kt = 0.01 Nm/Amp

Resistencia eléctrica: R = 1 ohm

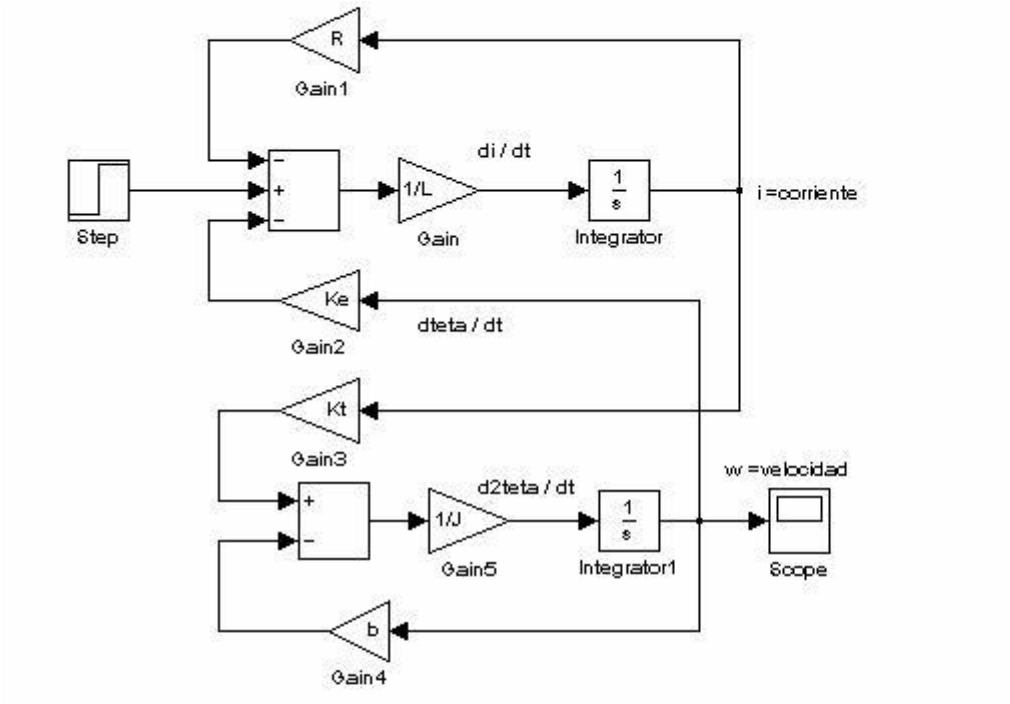
Inductancia eléctrica: L =0.5H

Fuente de voltaje de entrada: V

Posición angular: θ

Se asume que el rotor y el eje son rígidos

MODELADO DEL MOTOR EN VELOCIDAD



EXTRAER MODELO LINEAL

Para obtener la función de transferencia del motor primero se trasladan los parámetros del motor al modelo creando un archivo en Matlab (*.m) de la siguiente forma:

% VALORES DE LOS PARÁMETROS DEL MOTOR

J = 0.01;

b = 0.1;

Ke = 0.01;

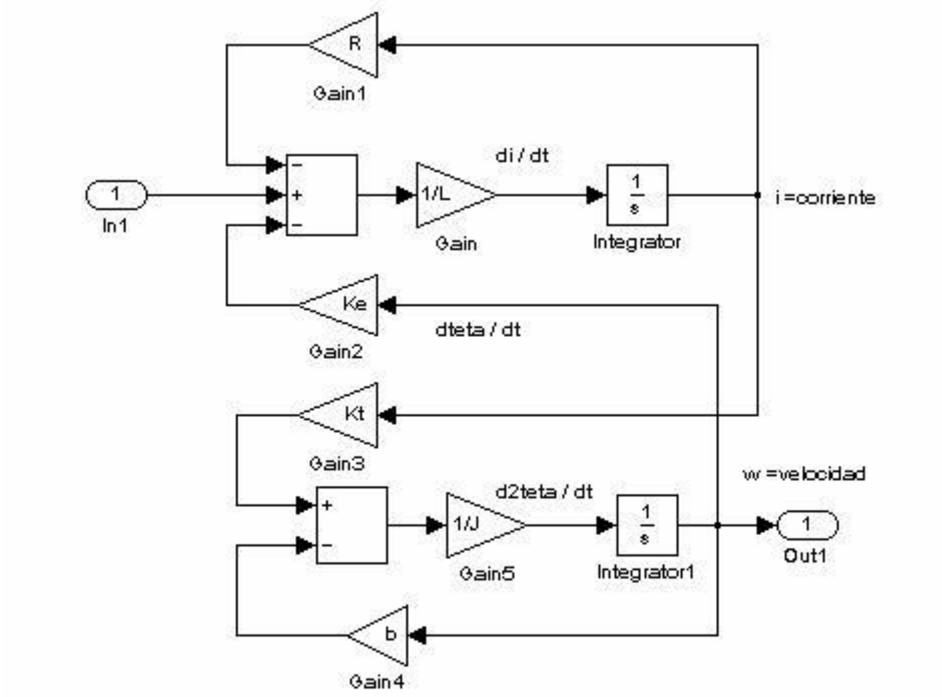
Kt = 0.01;

R = 1;

L = 0.5;

Se ejecuta este archivo y se simula el modelo para una entrada de paso unitario de valor V = 0.01, con los siguientes parámetros de simulación: Stop time = 3 sg. Arranque la simulación y observe la salida (velocidad del motor).

Como segundo paso se debe obtener el modelo lineal de Matlab del motor. Para esto, borre el bloque Scope y cámbielo por Out obtenido de la librería de Signals&Systems. Haga lo mismo para Step cambiándolo por In de esta misma librería. Los bloques In y Out definen la entrada y salida del sistema que le gustaría extraer. Salve este modelo. El sistema quedará así:



Como tercero y último paso, después de desarrollado el modelo y salvarlo por ejemplo con el nombre MotorDcVel.mdl se ejecutan los siguientes comandos:

% OBTENER EL MODELO LINEAL DEL SISTEMA

[num, den] = linmod('MotorDcVel')

Gps = tf(num, den)

La respuesta es :

$$Gp(s) = \frac{2}{s^2 + 12s + 20.02}$$